

以現代學科方法探究《攝類學》中認識論 與多重命題的內涵*

侯浩生**

摘 要

作為藏傳佛教格魯派五大論學制的前行基礎，《攝類學》被譽為開啟正法寶藏的鑰匙及獲取遍智之正因，是意欲深進五大論堂奧者必修的重要論典。本文旨在以述詞邏輯、電腦科學與群論等現代學科的概念與方法，探究《攝類學》中兩個主題：認識論與多重命題。

透過將前述兩個主題的內涵以現代形式加以邏輯化、形式化、抽象化，得以獲致如下成果：針對認識論的內涵，以邏輯語言重新解譯取得新的理解，並從邏輯論證中衍生出新的洞見；透過新穎的數學技巧，在方法論的意義上避免了無限後推的難題；善用有限狀態機的視覺化優勢，能直觀地理解多重命題的運算過程，並歸納其運算規律；證明多重命題與交換群有相同的數學結構，因此能利用已知交換群的數學性質來簡化多重命題，並能以數學的抽象視角來解讀認識論命題的意涵；最後，整合前述成果與排序演算法，提出一個能判斷多重命題真值的演算法。

上述成果顯示，這是一種有效且創新的取徑，其方法論上嚴謹與明確的特質，讓它非常適於用來探究《攝類學》中強調邏輯

2024.10.04 收稿，2025.06.10 通過刊登。

* 本文原稿承蒙三位匿名審查委員以及本刊編輯委員惠賜寶貴評論及修改建議，讓本文能以更完善的形式刊出，在此致上誠摯的謝意。

** 作者係國立臺東專科學校資訊管理科副教授。

思辨的佛學內涵，因此，值得跨領域學者投入，共同開拓與耕耘這個新的研究領域。

關鍵詞：攝類學、量、述詞邏輯、有限狀態機、群論



壹、前言

藏傳佛教格魯派（Gelugpa School of Tibetan Buddhism）建立一套完整的學制，讓學修者能有次第地學習整個佛學浩瀚深廣的內容，學制主要包含五大科別：因明科、般若科、中觀科、俱舍科、戒律科，¹ 同時針對每個科別楷定一部論典做為學習主軸，此五部論典即所謂的五大論（*Five Great Treatises*），² 在學習次第上，以因明科為首，並以《釋量論》³ 為主要的學習論典，由於內容極其艱深，為讓初學者易於跨越門檻，深進堂奧，於是發展出前行的入門基礎典籍——攝類學（*Collected Topics*）⁴，針對佛學的法相名詞、因明邏輯、邏輯推演與辯論問答等內容，攝要歸類為不同的主題加以介紹，⁵ 以期為將來學習其他進階深廣的內容打

¹ 參見呂澂，《西藏佛學原論》（新北市：大千出版社，2003年），頁7-10。

² 針對上述五大科別，對應的論典依序為：《釋量論》、《現觀莊嚴論》、《入中論》、《俱舍論》、《戒論》。參見賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版上冊〈五大論譯叢總序〉（臺北：福智文化，2019年），頁11-15。

³ 《釋量論》為法稱論師（Dharmakīrti）所著，是一部闡述佛教學的重要著作，其探究的主要對象為「量」，也就是能夠產生正確認知作用的心識。量可分為「現量」與「比量」，而後者在認知過程中必須仰賴嚴謹的邏輯推度，才能保證其正確性。綜上，可以概略的說，《釋量論》的主要內涵即為「認識論」與「因明學」。由於法稱的哲學極富學術意趣，且與西方哲學相映互通，故國際間對法稱的認識論與邏輯有越來越多的關注與研究，也定期地召開國際法稱研討會（International Dharmakīrti Conference）。

⁴ 攝類學之發展過程，可參見賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版下冊，頁569-578。攝類學有許多的版本，在內容的簡擇與呈現上，各有不同的側重面向與編排順序，本文所依據之版本為賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版上、下冊。特別要說明的是，在以下行文中，加了書名號的《攝類學》特指上述版本；而沒有加書名號——攝類學，則是泛指所有版本。

⁵ 攝類學所含攝的科目大致可分成四個類型。第一類為基礎佛法法相名詞的內容；第二類為因明邏輯專用法相名詞的內容；第三類為多重法相堆疊的邏輯推演；第四類為辯論問答論式特有文法的界定。（參見賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版下冊，頁580-581）。

好基礎，雖然是前行入門課程，卻仍被賦予極重要的地位。⁶《攝類學》的第一個單元為〈紅白顏色〉，以大家所熟悉的顏色、形狀等為事例，先引導初學者熟悉攝類學的特殊體例，⁷緊接的第二個單元即為〈證有證無〉，由此可見此單元的重要性。⁸〈證有證無〉單元包含兩個主要議題：「認識論」（epistemology）與「多重命題」（multiple proposition），本文將針對這兩個議題，以述詞邏輯（predicate logic）、自然演繹（natural deduction）、電腦科學（computer science）、群論（group theory）等現代學科的語言及形式加以表述（representation），並藉助這些學科所發展出來的概念與方法論，重新加以詮釋、分析及探究。以下分別就上述兩個議題，概述本文的內容。

首先是認識論。佛學作為一種實踐哲學，主張若欲達至最高境界，必須斷除對事物的虛妄認知，並徹底了知一切事物的真相，因此引生出一個認識論的問題：「如何能確認一個事物是真實不虛？抑或是虛妄不實？」而其作為一種內明的學問所提

⁶ 學習攝類學之殊勝：「能令凡愚轉為智，是獲遍智之正因。」（引述自賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版下冊，頁597）。另外，「想要趣入量論教典大海的士夫，最初必須趣入開啟理路之門的方便。而宛如開啟理路之門的那把鑰匙，就是攝類學教典。」（引述自賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版下冊，頁592）。

⁷ 由於攝類學的文本是以「辨析體」的體例呈現（賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版下冊，頁627-628），對於初學者來說，要熟悉這種特殊文體，是一道要花心力跨越的門檻，所以第一個單元從顏色、形狀等人類感官能夠具體緣取的熟悉事例為主，先讓初學習者將重心放在理解與適應攝類學的特殊體例，然後才能循序漸進，學習更複雜、抽象的內容。各種版本的攝類學，大多遵循這樣的用意，將〈紅白顏色〉放在第一單元做學習。

⁸ 攝類學有不同的版本，這些版本在多數重要課題上都有一致的共識，但仍有各自不同的側重面向及獨特觀點，故在內容的選輯與編排上會反映出這樣的差異，而《賽倉攝類學》版本特別將〈證有證無〉放在第二單元，代表其對該內容的重視。

出的判準為：「世間萬物真實與否，端賴於是否存在一個相應的正確認知（valid cognition），即所謂的量（*pramāṇa*）。」⁹也因此針對量的探究而發展出的量學就成為佛教哲理與實踐的核心。〈證有證無〉作為探討佛教認識論的單元，其通篇的核心議題即為「證某事物為有（或無）的量是否存在。」¹⁰並以此為主軸展開論述，內容分三部份：（一）提出量的定義及其作用，（二）駁斥似是而非的主張，以及（三）進一步辨析並釐清觀點。¹¹後兩者以辯論（debate）的形式呈現，以確保思辨過程的嚴謹，但文本以自然語言呈現，礙於自然語言內稟的含糊（vagueness）與歧義（ambiguity）因而有違嚴謹的要求，而且文本翻譯為不同語言後，由於跨語言的語境（context）殊異，更加深其含糊與歧義，為解決前述問題，本文提出一套述詞邏輯語言，包含語法（syntax）、語意（semantics），及據以判斷命題

⁹ 「量」（梵文 *pramāṇa*，英文 valid cognition 或 valid cognizer）。本文使用的攝類學專有名詞，在英文翻譯的部份，以 Daniel Perdue, *The Course in Buddhist Reasoning and Debate: An Asian Approach to Analytical Thinking Drawn from Indian and Tibetan Sources* (Boston: Snow Lion, 2014), 493–502 的詞彙表（glossary）為主要依據。

¹⁰ 由於核心議題中含有「『證』某事物為『有』或『無』」的文字內容，此為本單元取名〈證有證無〉的原因。係因藏族在安立篇名時，常會以正文中最前面出現的重要字詞作為篇名（參見賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版上冊，頁7），以〈證有證無〉單元為例，其正文第一句為，有人說：「證之為有的量存在的話，證之為實事的量遍存在。」（參見賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版上冊，頁33）其中「證之為有」不僅在第一個句子出現，也在後續內文中反覆出現，而其對立的「證之為無」也多次出現，故安立本單元名稱為〈證有證無〉。

¹¹ 以這樣的模式所建構的文體稱為「辨析體」，是攝類學論典的主要特色，它將每個單元分成三個段落，分別是（一）「安立自宗」，提出自己對於重要概念的定義，及相關的主張。（二）「破除他宗」則在破斥別人似是而非的主張，（三）「斷除諍論」，則進一步辨析並釐清模糊不清或易於混淆的觀點。參見賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版下冊，頁627-628。

真值 (truth value) 的佛學本體論 (ontology)，以其為基礎，開展兩部份的探究。第一部份聚焦在〈證有證無〉內容所依據的主要來源，即《釋量論》的兩個重要偈頌，先以述詞邏輯將其形式化 (formalization)，再利用自然演繹法則推導出〈證有證無〉中主張「有」與「量」二者關係的立宗。第二部份主要針對〈證有證無〉的「核心句」¹² 做分析與探討，由於核心句本身內含無窮遞迴的結構，故以述詞邏輯將之形式化後便產生了無限後推 (infinite regression) 的難題，為避免此問題，筆者提出一個函式 $O()$ ，用以將核心句做轉換，轉換後的形式能避開上述困境，同時證明這樣的轉換是邏輯有效的。此外， $O()$ 函式的使用，還能整合進述詞邏輯系統，有效地應用在下一個主題的分析中。

其次是多重命題。多重命題屬於攝類學中「多重法相堆疊的邏輯推演」的類型，¹³ 其以一個核心命題為基礎，層層堆疊出繁複的多重結構，形成多重命題，由於攝類學的學習非常重視邏輯思辨能力，故針對多重命題做解讀、推演並判斷其真值，對於提昇專注力，強化思辨力，是一種非常重要的訓練。攝類學文本中的多重命題以自然語言的方式陳述，形式繁複，故不容易掌握與理解，為解決這個難點，本文提出了兩種形式化、抽象化 (abstraction) 的表述方式，來處理多重命題。第一、以有限狀態機 (finite-state machine) 模型化 (model) 多重命題，透過有

¹² 此處的「核心句」指的是：「證之為有的量存在」與「有」二者是等遍。（參見賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版上冊，頁 40）之所以稱之為核心句，除了因為通篇不斷出現，且其為組成多重命題的基礎句，同時，它更是《攝類學》所提出的一個重要的認識論主張。

¹³ 攝類學所含攝的科目大致分成四個類型，其中第三類為多重法相堆疊的邏輯推演，屬於此類的單元除了〈證有證無〉之外，還有〈是屬非屬〉、〈是反非反〉、〈小相違相屬〉、〈總別〉、〈大名相性相〉等（參見賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版下冊，頁 580-581）。

限狀態機在視覺上的優勢，可以利用圖形路徑（graph path）的方式分析多重命題運算的過程，並正確有效地決定多重命題的真值；另外，也能直觀地歸納出多重命題的運算規則，將之與〈證有證無〉文本中的內容相互印證，發現二者完全一致。此外，有限狀態機模型，可用來模擬人類處理多重命題時的心像（mental image），進而解釋人類如何掌握繁複的多重命題，並能正確判斷其真值。第二、以群論對多重命題做進一步的抽象化，並證明多重命題與交換群（commutative group）有相同的數學結構，也因此群論所發展出來的成果便能移轉到多重命題的分析，本文於此做了以下的探究：藉助交換群的性質演繹出多重命題的簡化法則，並與〈證有證無〉的文本做比對，發現這些法則不僅與〈證有證無〉中提到的規律完全一致，還包含其中不曾提到的新規律。最後，將這些簡化法則結合排序（sorting）演算法，提出一套演算法，能夠將繁複的多重命題簡化為等價的單一命題，用以便捷地判斷其真值，重要的是，在整個簡化過程能一直保持數學嚴謹與邏輯等價。

本文的創新與貢獻主要有兩點。第一點在於「現代化」（modernization），呂澂曾於倡議漢藏佛學交流時強調現代化的重要性。¹⁴ 本文利用多種現代學科所發展出來的概念與方法論，將古代典籍的內涵現代化，並應用這些學科所取得的成果，對古籍的內容重新加以詮釋及探討，這樣的努力有助於現代人以新的視角重新審視古智慧的內涵，並發掘古今會通之處。值得一提的是，目前這種研究取徑（approach）所使用的現代學科主要以述

¹⁴ 原文為：「在體裁上必須擺脫從前那樣古典式的束縛，而力求其淺顯通俗，並還要現代化。」引述自呂澂，《西藏佛學原論》，頁8。

詞邏輯為限，¹⁵ 除此之外，其他學科的使用則屬罕見。¹⁶ 第二點則為「邏輯化」與「形式化」，此二者分別對應到蔣揚仁欽強調的「嚴謹邏輯」與「清楚表達」的重要性。¹⁷ 本文以述詞邏輯、電腦科學、數學等學科的形式化語言，表述古代典籍的內涵，除了避免自然語言的歧義性與模糊性，也能夠跨語言、跨文本得到一致性的形式化表述；此外，藉助這些學科邏輯性與形式化的威力，讓我們能針對古代論典（尤其是強調邏輯思辨的因明論典）內容做嚴謹的分析、推究與探討，獲得新的觀點與洞見。上述兩點，對於古代典籍在現代時空下的學習、探究、交流等面向，提供了一個創新且有益的取徑。

貳、述詞邏輯表示法

為了避免自然語言的模糊與歧義，進而能夠針對教理內涵進行精確的表述與探究，本節先以〈證有證無〉中的基本命題為

¹⁵ 例如何建興，〈陳那邏輯理論探析〉，《佛學研究中心學報》第7期（2002年7月），頁27-47。洪嘉琳，〈論《阿含經》中「無常即苦」之命題〉，《國立政治大學哲學學報》第26期（2011年7月），頁97-145。劉吉宴，〈論陳那的因三相與條件句〉，《東吳哲學學報》第42期（2020年8月），頁67-86。

¹⁶ 少數的例子，如 Ganeri 利用圖形理論來詮釋並分析古印度哲學的本體論與邏輯，參見 Jonardon Ganeri, "Indian Logic," in *Handbook of the History of Logic*, vol. 1: Greek, Indian and Arabic Logic, ed. Dov M. Gabbay and John Woods (Amsterdam: Elsevier, 2004), 370-395；另外，侯浩生以電腦科學、二元述詞邏輯與集合論等現代學科的形式及概念，重新表述與探究藏傳佛教辯經傳統的內涵，參見侯浩生，〈藏傳佛教辯經傳統的現代表述〉，《臺大佛學研究》第47期（2024年6月），頁117-167。

¹⁷ 蔣揚仁欽在《中觀根本論釋·佛護論》譯序兼導讀中說：「就如何利益普羅大眾的佛教徒之角度而言，無上甚深的微妙之法必須要建立在『嚴謹的邏輯』之上，在以『簡潔清楚、不含糊的表達方式』，包括主詞、受詞，以及清楚的是非有無等動詞，詮釋難以理解的奧義。」此段引文參見佛護論師造論，蔣揚仁欽譯註，《中觀根本論釋·佛護論》（臺北：商周出版，2019年），頁18-19。註：前述引文中的雙引號『』為筆者加註，以呼應本文中提到的「嚴謹邏輯」與「表達清楚」。

例，說明如何將其轉譯為述詞邏輯的形式。在採取述詞邏輯作為表述語言時，必須處理語言的兩個面向：語法及語意。

首先，就語法的部份，主要包含所使用的符號及其形構規則（formation rules）。¹⁸ 一個述詞邏輯的原子命題（atomic proposition），其形式如下：

$P(a)$

其中 P 代表述詞常元（predicate constant）， a 代表個體常元（individual constant）。¹⁹ 原子命題可藉由邏輯運算子（logical operator）結合成複合命題（compound proposition），以表達更複雜的概念。²⁰

定義了語法後，得到的只是一種形式語言（formal language），接著還需要賦予命題意義，也就是語意，具體來說，即是針對一個語法正確的（well-formed）命題，決定其真值（truth value），在此以〈證有證無〉單元中出現的命題為例。

命題 1：瓶子是有。 (1)

命題 2：兔子角是有。 (2)

上述兩個命題改寫成述詞邏輯的形式如下：

¹⁸ 述詞邏輯語言的形構規則，可參見彭孟堯，《基礎邏輯》第二版（臺北：學富文化，2012年），頁 202-204。另外，本文所使用的邏輯相關術語（中文及英文），以彭孟堯，《基礎邏輯》第二版為主要依據。

¹⁹ 此處的 P 為一元述詞，代表牽涉到的個體只有一個。一般而言，一元述詞的命題通常以 Pa 表示，但因為在後續的討論中，會處理到比較複雜的個體，也因此會有較複雜的表示式，為了可擴充性及可讀性的考量，本文採用 $P(a)$ 的表示法。

²⁰ 主要的邏輯運算子有連言（and）、選言（or）、否定（not），其符號分別為： $\wedge$ 、 $\vee$ 、 $\neg$ 。

命題 1' : E(p) (1')

命題 2' : E(h) (2')

其中，述詞 E 代表「是有」；而個體常元 p 與 h 則分別代表瓶子（pot）與兔子角（horn of rabbit）。觀察上面兩個例子，可得出一種形式化的表示式，來表述（represent）〈證有證無〉之「證有」概念中的命題。所謂的「證有」，是指「證達（justify）某事物 x 是有」²¹ 的簡稱，其所欲證達者為命題「x 是有」，此命題可形式化如下：

E(x) (3)

上面式子，代表一個述詞命題，其中 E 為述詞常元，²² 代表「是有」（即某事物是真實存在），而 x 為個體變元（individual variable），代表我們要判斷其是否真實存在的事物，當我們賦予（assign）x 一個常元時，則該命題的真值即可確立下來。

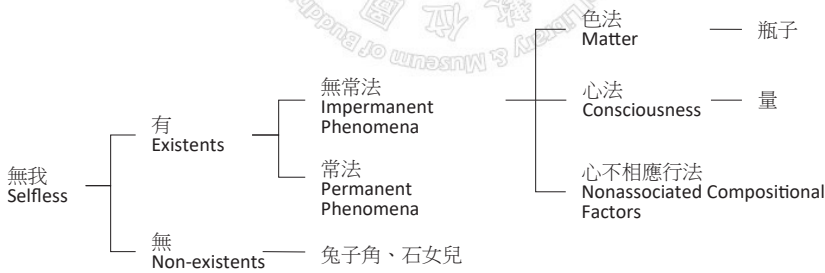


圖 1 攝類學的本體論²³

²¹ 「證達」（justify）為攝類學專有名詞，由於其概念類同於西方知識論傳統中關於知識三要件中的證立（justification）要件，（參見彭孟堯，《知識論》第二版（臺北：三民書局，2020 年），頁 21-26），故筆者借用 justification 的動詞形式，作為證達的英文。

²² 此處述詞常元使用英文字母 E，是取存在（existent）的第一個字母。「是有」與「存在」二者同義，在後文會有詳盡的說明。

²³ 本圖摘自《賽倉攝類學》〈紅白顏色〉與〈證有證無〉兩個單元中的「安立

而命題真值的確立，需設定在一個論域（domain of discourse）中去做判斷，在〈證有證無〉中，判定「x 是有」的真值，即是判定 x 是否真實存在，這是屬於本體論的問題，因此要確立命題的真值，必然要涉入本體論的範疇。圖 1 顯示攝類學傳統中的本體論架構，可以看到所有的一切都納入「無我」，以集合論（set theory）的觀點來看，「無我」為宇集合（universal set），若以樹狀結構來看，則「無我」為樹根（root），「無我」之下分成兩類：「有」（真實存在的）與「無」（虛妄的、不存在的），而「有」之下再分「無常法」與「常法」，……，以下依此類推。

當有了本體論的架構，即能確認命題「x 是有」的真值，以命題 1「瓶子是有」為例，根據圖 1，我們看到瓶子歸屬於有，故我們可確認「瓶子是有」為真，亦即 $E(p)$ 為 True。²⁴

相對於「是有」，其對立面為「是無」，依據圖 1，所有一切事物分成「有」與「無」兩大類，二者沒有交集，那麼什麼事物「是無」呢？前面命題 2 所例舉的兔子角就是無，之所以會有兔子角的認知，可能是因為視力不佳，或距離太遠，故將兔子長長的耳朵誤認為是兔子長角，這樣的認識是「虛妄、不真實」

自宗」的部份內容，參見賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版上冊，頁 19-25 及頁 42-43。此外，Perdue 以兩章（chapter 9 and 10）的篇幅將整個攝類學的本體論架構及內容以階層式的編排方式加以詳述（參見 Perdue, *The Course in Buddhist Reasoning and Debate*, 137–203），並在該書中第 203 頁，將所有內容收攝成一頁精簡的圖，圖 1 所使用的英文，即參採自該圖。

²⁴ 像「x 是有」這類命題，Rogers 稱之為「聯繫詞型」（copular mode）命題（見 Katherine M. Rogers. *Tibetan Logic* (Boulder: Snow Lion, 2009), 45），是攝類學中最重要的命題型態，侯浩生提出了一個完整的本體論架構，作為此類命題語意的判斷根據，搭配其所設計的演算法，能用來演算此類命題的真值，參見侯浩生，〈藏傳佛教辯經傳統的現代表述〉，頁 117-167。

的，故「兔子角是無」為真，²⁵ 又因「有」與「無」二者相違，因此命題 2「兔子角是有」為假，亦即 E(h) 為 False。²⁶

在此要強調，「是有」這個概念，在〈證有證無〉中也會以「存在」來表達，這是因為「是有」與「存在」二者同義（或說：同義異名），²⁷ 而同義詞會有相同的外延（extension），²⁸

²⁵ 攝類學中還有一個常見的「是無」的例子，就是石女兒（children of barren women），亦即石女的兒子，石女的定義為「沒有生育能力的女性」，既然沒有生育能力，就不可能有兒子，故其從定義上就否定了本身的存在。由此可看出，屬於無的事物，至少有兩種類型：其中一類是在定義上自我矛盾，因而否定了自身的存在，例如：石女兒、圓的方（round square）；另外一類則是由錯誤的感官或認知所導致的虛妄不實的事物，例如：兔子角、陽燄、水中月。

²⁶ 「相違」為攝類學專有名詞，A 與 B 二者相違，代表二者互斥（mutually exclusive）。在此須進一步補充說明，若純就邏輯來看，「兔子角是無」為真，只能推得「兔子角是『非無』」為假，因此必須「非無」等於「有」，我們才能推得「兔子角是有」為假，這裡的「非無等於有」，代表的除了「有與無二者互斥」還必須滿足二者能窮盡地（exhaustively）涵蓋上一層無我的所有內容，上述 mutually exclusive 與 exhaustively 兩者同時滿足的概念，可借用 Russell and Norvig 書中的符號形式表達為 Partition({ 有, 無 }, 無我)，（參見 Stuart J. Russell and Norvig Peter. *Artificial Intelligence: A Modern Approach*. 4th ed. (Harlow: Pearson, 2021), 336），以集合論的語言來說，代表有、無二者沒有交集，而且二者的聯集等於無我。在此需強調，上述 Partition({ 有, 無 }, 無我) 的表達方式，只是借助 Russell and Norvig 書中的符號形式，在其書中的本體論樹狀圖（Russell and Norvig, *Artificial Intelligence: A Modern Approach*, 333）並沒有包含有、無、無我。

²⁷ 「是有」與「存在」二者同義，代表「是有」與「存在」二者皆被視為是述詞，但這在哲學上是有爭議的，「是有」因為是聯繫型（copular mode）的語句形式，所以明顯為述詞，但有人主張「存在」是形上學的概念，沒有述謂的功能，因此二者是不同的，相關爭議，可參見彭孟堯，《形上學要義》第二版（臺北：三民書局，2021 年），頁 241-249。但在〈證有證無〉中，則明確的主張二者同義。

²⁸ 彭孟堯提到「兩個述詞是同義的，若且唯若，兩者的外延是相同的。」（見彭孟堯，《形上學要義》第二版，頁 76）；另外，Perdue 也提到“the Phenomena mutually inclusive with Existents”（見 Perdue, *The Course in Buddhist Reasoning and Debate*, 144），代表攝類學中兩個同義的名相 Phenomena（法）與 Existents（有）二者 mutually inclusive（互相包含），以集合論的觀點來看，兩個集合互相包含，即代表二者外延相同。引用上面兩份文獻在於顯示，同義詞會有相同的外延。

因此「x 是有」與「x 存在」兩個命題等價，²⁹ 也就是說，當賦予 x 一個特定的常元時，兩個命題同真或同假。在本文後續的論述中，為兼顧論理清楚與行文通暢，「是有」與「存在」二者將交替使用。³⁰

參、偈頌的形式化與邏輯推論

前面提到，攝類學為《釋量論》的前行基礎，故其內容多以《釋量論》的偈頌為依據，加以闡述延伸。在《攝類學》〈證有證無〉單元的導讀中，譯者開宗明義提及該單元源自於《釋量論》中「可見不可得，當知為無事」、「其諸可得有，由可得非餘」、「其可得無者，由不得非餘」等偈頌。因此，本節將示範，如何從《釋量論》的偈頌，推演出〈證有證無〉的一個立宗：「有的性相為量所緣」³¹，此立宗提出「有」的定義，其中「有」為「名相」，「量所緣」為其「性相」，³² 在攝類學中，兩個事物若互為性相與名相，則二者同義，故「有」與「量所緣」二者同義，³³ 為了以述詞邏輯的形式進行分析，先將「有」與「量所緣」轉換成述詞命題形式：「x 是有」以 E(x) 表示；「x 為量所緣」以 S(x) 表示。³⁴ 依據上述理路，下面的論述將以

²⁹ 在此要特別辨明，「是有」與「存在」為述詞，且二者同義；而「x 是有」與「x 存在」則為命題，且二者等價。

³⁰ 同樣地，「是無」與「不存在」二者亦為同義，在本文中也會交替使用。

³¹ 參見賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版上冊，頁 42，原文為：有「有」的性相，因為「量所緣」即是彼的緣故。

³² 「名相」與「性相」為攝類學專有用語，分別代表「被定義的名詞」及其「定義」，Perdue 書中分別以英文 *definiendum* 及 *definition* 表之，參見 Daniel E. Perdue. *Debate in Tibetan Buddhism* (Boulder: Snow Lion, 1992), 61。

³³ 「有」與「量所緣」同義，見賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版上冊，頁 40，註腳 54。

³⁴ E(x) 的表示方式，採用第貳節表達「x 是有」或「x 存在」的同樣方式；而 S(x) 的述詞使用 S，則是取覺察 (sense) 的開頭字母，以表達其「可被覺

「 $E(x)$ 與 $S(x)$ 二者等價」為目的。

以下進行的方式為，先將《釋量論》的偈頌述詞邏輯形式化，依據自然演繹法（natural deduction）³⁵ 做邏輯論證（argument），最後推得「 $E(x)$ 與 $S(x)$ 二者等價」。首先分析上述第一個偈頌：

可見不可得，當知為無事。³⁶

白話解譯：

意指諸如桌椅等等，只要存在的話就可以被覺察到的事物，當我們在某些地方完全覺察不到這樣的事物時，我們就可以確定在這些地方沒有這樣的事物。³⁷

根據上述的白話解譯，重新將偈頌句讀如下：³⁸

可見，不可得，當知為無事。

可以看出，整個偈頌拆分為三個句子，將上述白話解譯的部份稍做修改，並加上語句間的轉承關係，整理成下面的對照表，分別

察、能為量所緣取之意」。

³⁵ 「自然演繹法」為現代邏輯所發展出來的一種做正確邏輯論證的方法。（參見彭孟堯，《基礎邏輯》第二版，頁 127）。

³⁶ 參見賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版上冊，頁 31。此偈頌出自《釋量論》第一章，第 206 頌 ab，參見法稱著，北塔翻譯組校編，《梵藏漢對照釋量論頌》（中國人民大學國際佛學研究中心，2012 年 9 月），頁 56。檢索日期：2025 年 7 月 13 日。https://archive.org/details/ronaldlwang_gmail。

³⁷ 引述自賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版上冊，頁 31。在此要強調，此段白話解譯，乃是《賽倉攝類學》譯者之導讀內容，而非原典之譯文。

³⁸ 由於偈頌體要求句字對稱工整，所以其表面上的斷句，未必能反映其實際意涵，故在此依據白話解譯，重新加以句讀。

呈現出「偈頌原文」、「白話解譯」及「述詞邏輯表述」。

表 1 「可見不可得」偈頌的不同表達形式

編號	偈頌原文	白話解譯	述詞邏輯表述
1	可見	只要存在，便可被覺察到的事物	$E(x) \Rightarrow S(x)$
2	不可得	若，我們完全覺察不到這樣的事物時	$\neg S(x)$
3	當知為無事	則，可以確定沒有這樣的事物	$\neg E(x)$

其中 $E(x)$ 代表「 x 存在」， $S(x)$ 代表「 x 可被覺察到」。

接著將上面的述詞邏輯表述重整如下，以方便後續討論。從編號 1，可得：

$$E(x) \Rightarrow S(x) \quad (4)$$

編號 2 與編號 3 在語意上有「若……，則……」的含意，故將兩個命題結合為一個蘊含命題（implication），如下：

$$\neg S(x) \Rightarrow \neg E(x) \quad (5)$$

上述 (4) 與 (5) 二者為「換質換位律」的內涵，³⁹ 二者等價，換言之，只是以不同的形式，表達同一個事實。⁴⁰ 而我們想進一步了解的是：(4) 的逆命題（converse），也就是下面的 (6) 是否也成立？

³⁹ 「換質換位律」（Contraposition, Contra）： $(p \Rightarrow q) \equiv (\neg q \Rightarrow \neg p)$ 。（參見彭孟堯，《基礎邏輯》第二版，頁 158）。

⁴⁰ 此處論點同於《釋量論略解》針對「可見不可得」偈頌的解譯：「由可見之瓶事不可得因，能通達瓶事為無，以瓶若有，量須可得故。」前兩句可轉譯為 $\neg S(x) \Rightarrow \neg E(x)$ ；後兩句則為 $E(x) \Rightarrow S(x)$ ，可以看出其分別對應到上述分析中的 (5) 與 (4)。前述解譯參見法稱著，僧成釋，法尊譯，《釋量論略解》，《大藏經補編》冊 9，第 43 號，頁 533 上 26-27。

$$S(x) \Rightarrow E(x) \quad (6)$$

因為若 (4) 與 (6) 同時成立，代表達致論證之目的，即「 $E(x)$ 與 $S(x)$ 二者等價」。

依據上面的脈絡，重述問題為「以 (4) 為給定 (given) 前提，能否透過邏輯論證，推得 (6) 的結論。」其形式化如下：

論證 1：

1. $E(x) \Rightarrow S(x)$ 前提：來自 (4)

2. P_1

3. P_2

...

/ $S(x) \Rightarrow E(x)$ 結論：(6) 成立

也就是以 $E(x) \Rightarrow S(x)$ 為前提，在加上額外的前提 ($P_1, P_2, \dots$)，透過邏輯論證，推得 $S(x) \Rightarrow E(x)$ 的結論，若該論證是健全的 (sound)，⁴¹ 則能確保所得的結論為真。由於已經有了給定的前提及明確的結論，剩下的工作即為找到此等額外前提，讓上述論證成立。在此我們引用〈證有證無〉單元導讀中提及的另一偈頌：

其諸可得有，由可得非餘。⁴²

⁴¹ 「健全的」論證必須滿足兩個條件：所有前提皆為真，且論證過程為有效的 (valid)。參見彭孟堯，《基礎邏輯》第二版，頁 12，要說明的是，在書中 sound 翻譯為「真確的」。

⁴² 參見賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版上冊，頁 31；亦可參見法稱著，僧成釋，法尊譯，《釋量論略解》，《大藏經補編》冊 9，第 43 號，頁 616 上 23。此偈頌出自《釋量論》第四章，第 263 頌 ab，參見法稱著，《梵藏漢對照釋量論》，頁 416。

白話解譯：

那些只要存在便可被覺察到的事物，之所以能確定它存在，是由於我們覺察到它，而非其他的原因。

依照上述白話解譯，重新拆解並句讀如下：

其諸可得，有，由可得，非餘。

下面根據拆解後的四個句子，整理出其「偈頌原文」、「白話解譯」及「述詞邏輯表述」的對照表，如下：

表 2 「其諸可得有」偈頌的不同表達方式

編號	偈頌原文	白話解譯	述詞邏輯表述
1	其諸可得	那些只要存在便可被覺察到的事物	$E(x) \Rightarrow S(x)$
2	有	之所以能確定它存在	$E(x)$
3	由可得，非餘	是由於我們覺察到它，而非其他原因	$S(x)$

接著，根據句子的各別意涵及彼此間的轉承關係，以述詞邏輯的形式，重整表述如下。

編號 1、2、3，有如下的關係：那些只要存在便可被覺察到的事物（編號 1），並且由於我們覺察到它（編號 3），所以它的確存在（編號 2）。其述詞邏輯形式如下：

$$((E(x) \Rightarrow S(x)) \wedge S(x)) \Rightarrow E(x) \quad (7)$$

將上面的 (7) 加入**論證 1**作為前提，接著採取自然演繹法，看看是否能夠推演出預設的結論，即 $S(x) \Rightarrow E(x)$ 。

論證 1’：

- | | |
|--|----------------------------|
| 1. $E(x) \Rightarrow S(x)$ | 前提：來自 (4) |
| 2. $((E(x) \Rightarrow S(x)) \wedge S(x)) \Rightarrow E(x)$ | 前提：來自 (7) |
| 3. $(E(x) \Rightarrow S(x)) \Rightarrow (S(x) \Rightarrow E(x))$ | 2, Exp ⁴³ |
| 4. $S(x) \Rightarrow E(x)$ | 1, 3, MP ⁴⁴ 。結論 |

比對論證 1 與論證 1'，我們可以知道，式子 (7) 就是我們要找的額外前提，它能推得結論 $S(x) \Rightarrow E(x)$ 。

至此，透過上述的分析，回答了前面所提的問題：(6) 是成立的。若將上述論證繼續往下進行：

- | | |
|---|--------------------------|
| 5. $(E(x) \Rightarrow S(x)) \wedge (S(x) \Rightarrow E(x))$ | 1, 4, Conj ⁴⁵ |
| 6. $S(x) \Leftrightarrow E(x)$ | 5, Equiv ⁴⁶ |

步驟 6 顯示 $S(x)$ 與 $E(x)$ 二者等價，論證結束。上述論證過程演示了由《釋量論》的偈頌，依據邏輯推演，最後獲致「有的性相為量所緣」此一攝類學的立宗。

在此需強調，上述論證是在忽略偈頌所在《釋量論》中的脈絡而進行，以下將以《釋量論略解》的論點為依據，進一步針對「可見不可得」偈頌所處之脈絡，分四點加以補充與辨析。

第一點、科判位置。依據《釋量論略解》科判，位於辛二、

⁴³ Exp（移出律，Exportation）： $((p \wedge q) \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow (q \Rightarrow r))$ 。（彭孟堯，《基礎邏輯》第二版，頁 160）。

⁴⁴ MP（肯定前件律，Modus ponens）。（彭孟堯，《基礎邏輯》第二版，頁 128）。

⁴⁵ Conj（連言律，Conjunction）： p
 $q / p \wedge q$ 。（彭孟堯，《基礎邏輯》第二版，頁 130）。

⁴⁶ Equiv（等值律，Equivalence）： $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ 。（彭孟堯，《基礎邏輯》第二版，頁 159）。

「決定遮因之繫屬」下，壬一、「正說」之下所開出「決定不可見不可得因之繫屬」與「決定可見不可得因之繫屬」兩科，主要在分判決定遮除某物——即主張某物不存在——的兩種正因，「可見不可得」偈頌屬於後者。⁴⁷

第二點、邏輯形式。「可見不可得」偈頌在《釋量論》中的主要論點為「以可見不可得為正因，決定某物不存在」，即在 $E(x) \Rightarrow S(x)$ 的前提下，以 $\neg S(x)$ 為正因，推得 $\neg E(x)$ 的結果（以下簡稱：「由 $\neg S(x)$ 推得 $\neg E(x)$ 」），其為論證的形式；而在本文上述的推演脈絡中則視為兩個命題，如下表 3 所示。

表 3 「可見不可得」偈頌在《釋量論》與本文中不同的邏輯形式

《釋量論》脈絡：一個論證		本文脈絡：兩個命題	
可見，	$E(x) \Rightarrow S(x)$	可見，	$E(x) \Rightarrow S(x)$
不可得，	$\neg S(x)$	不可得，當知為無事。	$\neg S(x) \Rightarrow \neg E(x)$
當知為無事。	$\neg E(x)$		

第三點、預設條件。本文前面的論述，只聚焦於「可見不可得，當知為無事」去做論證，但該偈頌的完整形式應為：

可見不見因，若全非有者，可見不可得，當知為無事。⁴⁸

其中，前兩句是後兩句論證能夠成立的預設條件，也就是

⁴⁷ 此處之科判架構，參見法稱著，僧成釋，法尊譯，《釋量論略解》，《大藏經補編》冊 9，第 43 號，頁 532 中 28-29。另外，針對可見不可得學說在法稱量論體系中的發展過程與意義，可參見 Birgit Kellner, “Integrating Negative Knowledge into *Pramāṇa* Theory: The Development of the *Dṛṣṭyānupalabdhi* in Dharmakīrti’s Earlier Works,” *Journal of Indian Philosophy* 31 (2003): 121-159。

⁴⁸ 參見法稱著，僧成釋，法尊譯，《釋量論略解》，《大藏經補編》冊 9，第 43 號，頁 533 上 17-18。此偈頌之前兩句出自《釋量論》第一章，第 205 頌 cd；後兩句則為第 206 頌 ab，參見法稱著，《梵藏漢對照釋量論頌》，頁 56。

說，必須將阻礙可見事物被見的因緣（可見不見因）完全排除（若全非有者），在此條件下，「由 $\neg S(x)$ 推得 $\neg E(x)$ 」方能成立。前述內涵如下表 4 所示。

表 4 「可見不可得」完整偈頌的結構：預設條件＋論證

	偈頌原文	邏輯意涵	說明
預設條件	可見不見因，若全非有者	$\neg(\exists x)(E(x) \wedge \neg S(x))$	若此命題為真
論證	可見不可得，當知為無事	由 $\neg S(x)$ 推得 $\neg E(x)$	則論證成立

接著介紹此處將用到的兩個分析工具，第一個工具為：依據「可見不可得」偈頌所探討的兩個述詞 E 與 S，各別對應肯定與否定，劃分為四個象限的框架（framework）⁴⁹，如下表 5 與表 6。

表 5 「E 與 S」框架，完全排除「可見不見因」

	E	$\neg E$
S		
$\neg S$	$\emptyset$	

表 6 「E 與 S」框架，無法排除「可見不見因」

	E	$\neg E$
S		
$\neg S$	$\neg \emptyset$	

第二個分析工具為帶有量詞（quantifier）的等價命題，如下：

⁴⁹ 「框架」的說法，受 Perdue 所啟發，見 Perdue, *The Course in Buddhist Reasoning and Debate*, 39。這種將兩個述詞（在 Perdue 的書中以 phenomena 稱之）劃分成四個象限的分析方式，是探究攝類學內涵時經常被使用的技巧。

$$(\forall x) (\neg S(x) \Rightarrow \neg E(x)) \Leftrightarrow \neg(\exists x) (E(x) \wedge \neg S(x))^{50} \tag{8}$$

表 5 與表 6，主要考察重點在左下象限，原因在於，此象限代表「存在」而且「無法被緣取」，亦即「 $E(x) \wedge \neg S(x)$ 」，根據 (8)，這一點與「由 $\neg S(x)$ 推得 $\neg E(x)$ 」是否能成立關係密切，原因如下論證所示：

論證 2：

$\neg S(x) \Rightarrow \neg E(x)$ 作為前提
 $\neg S(x)$ 由 $\neg S(x)$
/ $\neg E(x)$ 推得 $\neg E(x)$

下表 7 以列表對照的方式，利用上述兩個分析工具，逐步解析「可見不見因」的有無，如何影響上面論證 2 的有效性。

表 7 針對「可見不見因」的有無，推斷論證是否能成立

解析步驟說明	表 5 框架	表 6 框架
預設條件	完全排除「可見不見因」	無法排除「可見不見因」
代表意涵	因為「可見不見因」完全排除，因此只要存在的事物，一定得以被緣取，也就是說，不可能有任何事物，本身存在（E）但卻無法被緣取（ $\neg S$ ）。	因為無法排除「可見不見因」，因此實際存在的事物，將因「可見不可得因」，導致無法被緣取，也就是說，有可能會有存在的事物（E）但卻無法被緣取（ $\neg S$ ）的狀況發生。
左下象限	$\emptyset$ （空集合）	$\neg \emptyset$ （非空集合）
口語表示	不存在任何事物同時為 S 和 E	存在某些事物同時為 E 和 S

⁵⁰ 此等價關係，可利用 DN, QN(Quantifier Negation), Impl, DeM 等法則證明，在此不贅述。

解析步驟說明	表 5 框架	表 6 框架
邏輯形式化	$\neg(\exists x)(E(x) \wedge \neg S(x))$ 為真	$\neg(\exists x)(E(x) \wedge \neg S(x))$ 為假
根據 (8) 的等價關係	$(\forall x)(\neg S(x) \Rightarrow \neg E(x))$ 為真	$(\forall x)(\neg S(x) \Rightarrow \neg E(x))$ 為假
根據上面命題的真值	「由 $\neg S(x)$ 推得 $\neg E(x)$ 」 論證成立	「由 $\neg S(x)$ 推得 $\neg E(x)$ 」 論證不成立

上述分析結果顯示，「可見不見因，若全非有者」（亦即，表 7 中完全排除「可見不見因」的預設條件），此一限制條件必須被滿足，則「可見不可得，當知為無事」的立論方能成立。

第四點、量的簡別。前面曾提及，依據《釋量論略解》所開科判，「可見不可得」屬「決定遮因之繫屬」之範疇，即以不可得為正因，推度（比量）成立某物不存在（遮詮義），李潤生《正理滴論解義》「論比量的遮詮義」一節對此有詳細的剖析：

「遮止義」的「否定比量」，必須以現量為基礎，作為推論之「因」，此即是「不可得因」。⁵¹

其顯示此處的「可見不可得」必須為現量所緣。

根據上述第三、四點，前面的邏輯推演須加上兩點限制方能成立：（一）須以「完全排除可見不見因」為預設條件。（二）其論域為「實事」（即現量所緣），這點與〈證有證無〉安立的自宗：「有」包含「實事與常法」，⁵² 在範圍上有所差異，對

⁵¹ 引述自李潤生，《正理滴論解義》（香港：密乘佛學會，1999 年），頁 97。

⁵² 原文為：「有」分為兩種，因為有實事與常法二者的緣故。參見賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版上冊，頁 42。「有」包含實事與常法，亦可見本文之圖 1，圖 1 中之無常法，即為實事，二者同義。

此，做如下說明。上述邏輯推演，主要透過證明 E()（有）與 S()（量所緣）二者的雙向蘊含關係，因而確認「有與量所緣」互為「名相與性相」的等價關係，但若依《釋量論》的脈絡將論域限定為實事的話，則只能推得「實事為現量所緣」。攝類學的內容雖源自《釋量論》，但仍有所延伸與拓展，若將上述 E() 與 S() 的推演思維平移轉用於「常法」與「比量所證」，並進一步拓展為「實事+常法」與「現量所緣+比量所證」二者的雙向蘊含關係，即能成立「有」與「量所緣」的等價關係，最終得到「有的性相為量所緣」的自宗。

下一節將探討〈證有證無〉另一個重要的立宗，此立宗亦為構成本文主要探究的第二個主題「多重命題」的核心句。

肆、「量」——命題真值的判準

在《攝類學》中定義「量」的性相為：「新而不欺誑的明了。」⁵³ 這個定義有三個要素：「明了」，代表的是能夠從事認知活動的一種心識；⁵⁴「不欺誑」，代表其認知作用是「真實不虛妄的」；「新」，則代表此認知為第一次發生。⁵⁵

量可區分為現量與比量，為便於後面的討論，先整理出以下對照表。

⁵³ 量的定義，可參考賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版上冊，頁 33，註腳 45。進一步的說明，可參考妙音笑·語王精進大師造論，釋如法主譯，《妙音笑心類學》（臺北：福智文化，2020 年），頁 97-98。

⁵⁴ 「明了」一詞在此處不當形容詞用，而是與「心識」、「覺知」、「清晰」同義而異名，其真正的意涵在於表達，心識能夠「明白清晰」地顯現境界的這種體性，故以「明了」一詞表達「心識」。（妙音笑·語王精進大師造論，釋如法主譯，《妙音笑心類學》，頁 7）。

⁵⁵ 第二次（及之後）的發生，則稱之為再決識，而不稱為量。參見妙音笑·語王精進大師造論，釋如法主譯，《妙音笑心類學》，頁 59-69。

表 8 量的分類對照表⁵⁶

分類	屬性	所量	例子
現量	無分別現前識所屬	自相（無常法）	眼識緣取瓶子。
比量	分別心所屬	共相（常法）	分別心證達瓶子是無常。

針對上述表格內容，做以下說明。首先，《釋量論》主張，根據所量有兩種（自相與共相），其對應的量也有兩種，分別是：現量（direct perception）與比量（inference），⁵⁷ 其中現量是無分別現前識所屬的量，它能夠透過感官的直接認知作用，覺察（或說緣取）存在於當下的事物，例如透過眼根，眼識能直接覺察到此刻「眼前」實際存在的一個瓶子，其所量為自相（無常法，如此例中的瓶子）。另外，比量則是一種分別心所屬的量，其認知方式是一種心智的思維與推理，其所量則為共相（常法），如表 8 中的例子「證達瓶子是無常」所示，比量的作用之一即為判斷一個命題的真假（或命題是否成立）。

透過比量的作用「判斷命題 X 是否成立」，在《攝類學》中的說法為「證達 X」，例如在表 8 中出現的：「證達瓶子是無常」，其中「瓶子是無常」即為命題。同理，在〈證有證無〉中頻繁出現，也是本文後續要探討的主要句子「證之為有的量存在」，其中的「證之為有」即表示用比量去證達命題「x 是有」（此處以 x 表示代名詞「之」，並以「是有」取代「為有」）。

在〈證有證無〉「安立自宗」的部份，其開宗明義的第一句話即為：

⁵⁶ 表格內容前三個欄位的內容，摘自妙音笑・語王精進大師造論，釋如法主譯，《妙音笑心類學》，頁 121-123。

⁵⁷ 此處現量與比量的英譯採用安妮・克萊因（Anne C. Klein），劉宇光譯，《知識與解脫：促成宗教轉化之體驗的藏傳佛教知識論》（臺北：法鼓文化，2012 年）書中的術語對照表，分別在頁 344、347。

核心句：「證之為有的量存在」與「有」二者是是等遍。⁵⁸

稱上面的句子為核心句，除了其開宗明義的地位，且在其後反覆出現，更因為它是一項重要的認識論主張。

為了將上述核心句形式化，適當地加上個體變元 x ，以形成命題的形式，如下：

「證 x 是有的量存在」與「 x 是有」二者等價。 (9) 核心句命題化

上面句子底線標註的「 x 是有」是一個命題，我們以 X 取代之，並將前後項對調，得到更一般化（generalization）的形式：

$X \Leftrightarrow \text{證 } X \text{ 的量存在}$ (10)

其中， X 為命題變元（propositional variable），而整個式子的意義可視為：如果命題 X 成立，那麼必然有一個證 X 的量存在；反之亦然。此一般化形式，隱含了上面提到的量的第二種作用，亦即比量能夠判斷命題成立與否；同時，亦能視為攝類學重要的認識論主張：一個命題成立與否，端賴證達它的量是否存在。

在〈證有證無〉的單元中，除了探討「證之為有的量」外，也出現了「證之為無的量」、「證之為常法的量」、「證之為實事的量」⁵⁹等句子，也就是說，上述 (10) 的 X ，除了「 x 是有」

⁵⁸ 此核心句參見賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版上冊，頁 40。其中「是等遍」為攝類學專有名詞，指的是兩個述詞有同樣的外延，若加上個體變元 x 形成命題的話，則兩個命題彼此等價。此外要說明的是，為了方便與後面相對應的句子彼此做比對參照，特別於此核心句的部份關鍵字詞加上底線。

⁵⁹ 「實事」，指能作用，亦即具有產生自果能力的法，與「無常」同義。參見

外，還可以代入「 x 是無」、「 x 是常法」、「 x 是實事」等命題，當然，任何命題都可以代入 X ，但〈證有證無〉單元之所以會聚焦在上述這些命題，主要是因為證達事物是真實存在（有），抑或是虛妄不實（無）；是恆常不變（常法），抑或是剎那生滅（實事），這些都是佛學哲理與實踐上最核心的議題。

觀察 (10) 發現，若以 y 取代「證 X 的量」，則等價符號的右邊為形如「 y 存在」的命題，以第貳節使用的述詞符號，可表之為 $E(y)$ ，因此 (10) 可進一步形式化：

$$X \Leftrightarrow E(\text{證 } X \text{ 的量}) \quad (11)$$

參照核心句命題化 (9) 的底線部份，可知其探討的焦點為命題「 x 是有」（其述詞表示為 $E(x)$ ），將 $E(x)$ 代入 (11) 的命題變元 X ，可得如下的形式：

$$E(x) \Leftrightarrow E(\text{證 } E(x) \text{ 的量})^{60} \quad (12) \text{ 核心句的述詞邏輯形式}$$

其中 x 代表我們要探究其是否存在（亦即「是有」）的事物，也就是以自然語言表示的核心句中的代名詞「之」，現以述詞形式表示為個體變元 x ；而 E 代表述詞「是有」（亦即，存在）。整個式子的意思為：如果命題 $E(x)$ 為真，則存在一個量能夠證達 $E(x)$ ；反之亦然。

觀察 (12) 會發現內含循環定義，層層嵌套，形成無窮遞迴（recursive）的形式。⁶¹ 當我們要判斷命題 $E(x)$ 是否為真時，必

賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版上冊，頁 28。

⁶⁰ 其中 $E(x)$ 即為「 x 是有」的述詞邏輯表示式。

⁶¹ 在此要加以辨明的是，一般電腦科學（computer science）中的遞迴演算法（recursive algorithm），必須滿足演算法的「有限性」條件，也就是說，

須判斷是否有證達 $E(x)$ 的量存在，那麼，我們又如何知道這樣的量是否存在？攝類學給出的答案是：為了確定這樣的量存在，必須存在另一量去證達其存在……，將上述論述形式化後，得到如下的無限遞迴形式：

$$\begin{aligned} E(x) &\Leftrightarrow E(\text{證 } E(x) \text{ 的量}) \\ &\Leftrightarrow E(\text{證 } E(\text{證 } E(x) \text{ 的量}) \text{ 的量}) \\ &\Leftrightarrow E(\text{證 } E(\text{證 } E(\text{證 } E(x) \text{ 的量}) \text{ 的量}) \text{ 的量}) \\ &\dots \end{aligned}$$

為避免上述無限遞迴的困境，⁶²筆者提出一個函式 $O()$ 來解決此一難題，函式如下：⁶³

$$O(X) = \begin{cases} C(X), & \text{if } X \text{ is True} \\ \text{Null}, & \text{else} \end{cases} \quad (13)$$

以程式語言（programming language）的觀點來理解，該函式接受一個命題 X 為輸入，依據其真值，運算後回傳（return）結果：若 X 為真（True），則回傳 $C(X)$ ；若 X 為假（False），則回傳 Null。⁶⁴

必須能在有限的運算步驟內結束（演算法的定義，可參見 Eric Gossett, *Discrete Mathematics with Proof* (Upper Saddle River: Prentice Hall, 2003), 153，為符合這個條件，在遞迴時都會有「降階」的設計，當降到終結條件（trivial case）時，遞迴就會結束（遞迴演算法的定義、特性及範例，可參見 Gossett, *Discrete Mathematics with Proof*, 313–316）。但此處 (12) 的型態，卻沒有「降階」的動作，導致層層遞迴，無窮無盡，沒有中止的時候。
⁶² 西方認識論中也有類似的困境，即所謂的「識知證立之無限後推」（infinite regression of epistemic justification）。（彭孟堯，《知識論》第二版，頁 29–33）。

⁶³ 筆者稱此函式為 Oracle，取其第一個字母，表之為 $O()$ 。

⁶⁴ Null 是電腦科學的使用慣例，代表空無一物（None）。此處以 Null 表示，而不翻譯成中文，是因為一般而言，Null 的中文翻譯如「零」、「無效」等，與此處的意涵不相干，而若用「空」、「無」等中文，又容易讓人錯誤

以下說明兩個回傳值的意義。首先是 $C(X)$ ，⁶⁵ 其代表「證 X 的量」，這是因為根據上面的 (10)：「如果命題 X 為真，那麼必然有一個『證 X 的量』存在」，而既然有這樣的量存在，則可令 $O()$ 函式回傳這個量。其次是 $Null$ ，若命題 X 是假，則不存在相應的量能夠證 X 為真，既然這樣的量不存在，就回傳 $Null$ 。

接著分析 $O()$ 函式的兩個回傳值是否存在。首先是 $C(X)$ ，其代表證 X 的量，屬於一種心識，在攝類學裡將它歸類於心法（參見圖 1），是真實存在的，故「 $C(X)$ 是有」成立。相反的， $Null$ 則是不存在的，故「 $Null$ 是有」不成立。上述分析的結論，以本文所採用的符號形式化後，如下：

$$\begin{cases} E(C(X))=True \\ E(Null)=False \end{cases} \quad (14)$$

運用上面的 (11)、(13)、(14)，可將核心句的述詞邏輯形式 (12) 做進一步的轉換。以下將先說明如何轉換，接著證明轉換後的等價命題成立，最後說明轉換後將不再具無窮遞迴的形式。

首先，利用 (11) 與 (13) 做轉換。將 (11) 等價符號右邊「證 X 的量」，以 (13) 的 $O(X)$ 取代，即可將 (11) 轉換成如下等價命

聯想到這些名相在佛學傳統中被賦予的特殊意涵。

⁶⁵ 在此必須先辨明 $O(X)$ 與 $C(X)$ 兩者細微但重要的差別， $O(X)$ 與 $C(X)$ 雖然外觀形式上一樣，但卻有不同的內涵， $O(X)$ 可以理解成程式語言中的副程式（subroutine），它代表接受輸入參數，經過運算、判斷後，回傳一個值（ $C(X)$ 或 $Null$ ）；而 $C(X)$ 代表的則是一個項（term），並沒有副程式的意味，比較貼切的說法是，它是一種映射關係（mapping）針對不同的 X ，對映到一個項 $C(X)$ 。上述副程式與項，兩者的不同，詳參 Russell and Norvig, *Artificial Intelligence*, 272–278，裡面有舉淺顯的例子幫助理解。另外要說明的是， $C(X)$ 取大寫 C 是因為其代表「證 X 的量」，故採用量的英文“valid cognition”，其名詞部份的第一個字母。

題的形式：

$$X \Leftrightarrow E(O(X)) \quad (15)$$

接著，利用 (13) 的 $O()$ 函式與 (14) 的 $E()$ 函式二者的回傳值，以「同真同假」的方式證明 (15) 的等價關係成立。其證明如下：

當 X 為 True，則 $E(O(X)) = E(C(X)) = \text{True}$

當 X 為 False，則 $E(O(X)) = E(\text{Null}) = \text{False}$

上述結果顯示 X 與 $E(O(X))$ 二者同真同假，故 (15) 的等價關係成立。⁶⁶

上述 (15) 為針對命題 X 的一般化形式，在此我們要探討的核心句中，主要命題為「 x 是有」，即 $E(x)$ ，故將其代入 X 中，得到如下的形式：

$$E(x) \Leftrightarrow E(O(E(x))) \quad (16) \text{ 核心句的最終形式}$$

比對 (12) 與 (16) 二者可發現，存在於 (12) 的無窮遞迴形式，因為透過 $O()$ 函式運作 (apply) 在內層的 $E(x)$ 上，並直接回傳值，截斷了再一層的遞迴，避免了陷入無窮遞迴的困境，因此在下面的討論中，將採用 (16) 的形式來表示〈證有證無〉的核心句。

伍、多重命題與有限狀態機模型

有了前面邏輯化、形式化及 $O()$ 函式等成果，便具足了工

⁶⁶ A 與 B 等價 (equivalence, $A \Leftrightarrow B$)，若且唯若，A 與 B 二者同真同假。
(彭孟堯，《基礎邏輯》第二版，頁 54)。

具，可以處理接下來的重點：判斷〈證有證無〉中多重命題的真值。

一、〈證有證無〉核心句的形式化

〈證有證無〉單元討論到本體論的一個重要議題：事物是否真實存在。但如同上一節的討論，由於引入了「量」的觀念，於是探討的重心便由形上學轉移到了認識論，也就是從「x」存在與否，轉移到證 x 存在的「量」存在與否。這樣的轉移源於佛教強調「內明」的特色——著重在以正確的心識活動作為理解外境的判準，此一特點，表現於〈證有證無〉開宗明義且頻繁出現的核心句。為便於討論，將〈證有證無〉文本中核心句的原文，及其最終形式化結果重新抄錄如下：

核心句：「證之為有的量存在」與「有」二者是是等遍。

$E(x) \Leftrightarrow E(O(E(x)))$ (16) 核心句的最終形式

相對於上述「證有」的核心句，〈證有證無〉中也有其對偶（dual）的「證無」核心句：⁶⁷

對偶核心句：「證之為無的量存在」與「無」二者是是等遍。⁶⁸

其形式化如下：

$\neg E(x) \Leftrightarrow E(O(\neg E(x)))$ (17) 「證無」核心句的最終形式

⁶⁷ 「證有」與「證無」二者的對偶性（duality），也是一個有趣的主題，礙於篇幅，本文不加以探討。

⁶⁸ 參見賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版上冊，頁 40。

其中， $\neg E(x)$ 代表「 x 是無」，也就是 x 不存在的意思。

為了因應接下來要討論形式繁複的多重命題，需要更為精簡的表示法，故分別針對 (16) 及 (17) 中的 $O(E(x))$ 及 $O(\neg E(x))$ ，提出以下的簡化表示式：

$O(E(x))$ 簡化為 $O_E(x)$ 。

$O(\neg E(x))$ 簡化為 $O_N(x)$ 。

其中 O_E 的下標 (subscript) 取 E ，源於 Existent (代表「有」)；而 O_N 的下標取 N ，表示 Non-existent (代表「無」)。

二、多重命題的結構

在〈證有證無〉單元中，特別探討一種繁複的多重結構命題，例如下面這個命題：

命題 3：「瓶子有法，證之為有的量，證之為無的量，證之為有的量存在」。

上述句子在逗點之前的「瓶子有法」，是攝類學中慣常的表達方式，其中「瓶子」代表我們要探究的事物，後面緊接的「有法」兩個字要表達的是，瓶子這個事物是「有」其特「法」的（特法，就是特性、屬性）。⁶⁹ 在逗點之後，則是由核心句中的「證之為有 / 無的量」所重複堆疊而成的多重結構。對於這樣繁複的多重命題，要求學習者判斷其真假，希望透過這種訓練，能夠提昇學習者的專注力與思考的靈活度，這在佛學的「聞思修」三學

⁶⁹ 「有法」為攝類學專有名詞，意為帶有某種屬性的事例（參見賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版上冊，頁 10，註腳 4）。

中強調邏輯思辨的「思」的階段，是非常重要的能力。

上述命題 3 只是一個範例（instance），多重命題的一般化格式（format）如下：

$$x \text{ 有法，證之}^1 \text{ 為有 / 無的量}^1. \text{證之}^2 \text{ 為有 / 無的量}^2 \\ \dots \text{證之}^n \text{ 為有 / 無的量}^n \text{ 存在。} \quad (18)$$

其中「x 有法」代表的是我們要探究的事物 x，後面由底線所分段標示出的，就是第 1 重、第 2 重、……、第 n 重的多重結構，中間以句點符號“.”做區隔，各分段裡出現的上標（superscript）則標示多重結構的序號，而每一重裡面的「有 / 無」，代表我們可以選擇「證有」或「證無」。最後第 n 重的那個量ⁿ，才是最終決定整個命題的真值的那個量，若其存在，則整個命題為真；若不存在，則為假。此外尚須釐清每個代名詞「之」所指涉為何，其指涉規則為：第 1 重的之¹，代表最前面的 x，接續出現的之^k，則代表前一重的量^{k-1}。理解了每個「之」的指涉後，即可用前面提出的符號系統來形式化多重命題，如下：

$$E(O_{Mn}(\dots O_{M2}(O_{M1}(x)))) \quad (19)$$

其中 $O_{Mi}()$ 的下標 Mi 可以是 E 或 N，分別代表上一小節所提出的簡化表示法 $O_E()$ 與 $O_N()$ ，而 i 則代表第 i 重的意義（ $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ）。從 $O()$ 函式的定義可知，無論有幾重，最後傳出來的值只會有兩種可能：量或 Null，⁷⁰ 最後套用 $E()$ 來判斷整個命題的真值：若最後一重傳出的是量，則為真；若是 Null，則

⁷⁰ 在上一節中，我們定義 $O()$ 函式所傳回的值為 $C(X)$ 或 Null，同時也說明了： $C(X)$ 是一種「量」（參見上一節中的 (13)），從現在開始，由於討論重點的轉移，所以我們會將 $O()$ 所傳回的 $C(X)$ ，直接以「量」來表示。

為假（參見前一節的 (14)）。要強調的是， i 除了代表多重命題的序號外，也代表運算的順序，當多重命題以句子形式 (18) 表示時，其運算順序為「從左到右」；若是以函式形式 (19) 表示時，則順序為「由內而外」。

以下面命題為例：（同上面的命題 3，只不過以 x 取代瓶子）

x 有法，證之為有的量，證之為無的量，證之為有的量存在。

依據 (19) 的方式形式化後，形成如下的表示式：

$$E(O_E(O_N(O_E(x))))$$

觀察此種多重嵌套的形式，除了最內層函式的輸入是 x 外，其他層的輸入都是其內層函式的回傳值，也就是量或 Null。因此，可歸納出其運算的規則：以 x 為最內層的變數，接著透過一層層 $O_E()$ 或 $O_N()$ 的運算，回傳的結果會在量與 Null 兩種可能間轉換，而在最外層，則套用 $E()$ 函式決定整個命題最終的真值。茲將所有涉及的函式及其回傳值列在下面表 9。

表 9 多重命題所涉及的函式及回傳值

函式		回傳值
以 $O()$ 、 $E()$ 、 $\neg E()$ 表示	以 $O_E()$ 、 $O_N()$ 表示	
$O(E(\text{量}))$	$O_E(\text{量})$	量
$O(E(\text{Null}))$	$O_E(\text{Null})$	Null
$O(\neg E(\text{量}))$	$O_N(\text{量})$	Null
$O(\neg E(\text{Null}))$	$O_N(\text{Null})$	量
$E(\text{量})$	N/A	True
$E(\text{Null})$	N/A	False

註：因為中間欄位是以 $O_E()$ 及 $O_N()$ 表示，分別為 $O(E())$ 及 $O(\neg E())$ 的簡化，所以沒有相對應於 $E()$ 的表示式，因此最後兩列填入 N/A（Not applicable）。

三、有限狀態機模型

上述表 9 牽涉到的所有運算過程，可以有限狀態機模型精簡地表達，其模型如下圖 2 所示。⁷¹

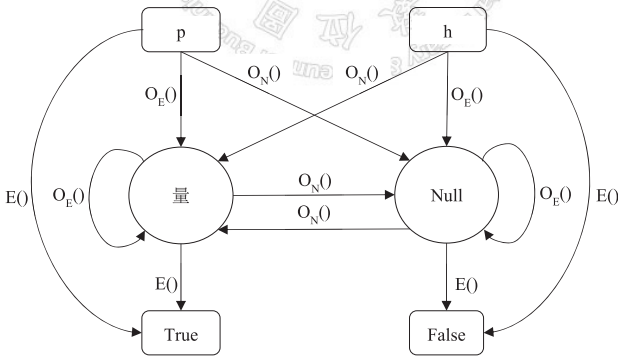


圖 2 描述多重命題運算結構的有限狀態機模型

⁷¹ 「有限狀態機」（finite-state machine），屬於電腦科學的範疇，其根據輸入，在有限個狀態之間轉移，通常以圖形（graph）的方式做視覺化的呈現。完備的有限狀態機必須包含五個要素，為求行文順暢，圖 2 有限狀態機模型的五個要素，不在此說明，而詳列於附錄一。有關有限狀態機，可參閱 Gossett, *Discrete Mathematics with Proof*, 530–538。

其中弧角方形代表初始與結束狀態，圓形代表中間狀態，有向邊（directed edge）的箭頭代表狀態轉換的方向，邊上的符號則為輸入（input），用來決定下一個轉換狀態。

該模型的初始狀態為判斷的起點，亦即 (19) 最內層的 x ，此模型有兩個初始狀態： p 與 h ，分別代表「有」與「無」兩類事物，由於攝類學的本體論主張，「有」與「無」二者含攝了所有萬物，故此模型能夠涵蓋到所有的事物，每個初始狀態會根據「證有」 $O_E()$ 或「證無」 $O_N()$ ，分別轉換到中間狀態，即量或 Null，至此為第 1 重，接著就在量與 Null 兩個狀態間轉換，一直到要判斷最後一重的量⁷²存在與否時，此時則套用 $E()$ 並轉換到兩個結束狀態（True 或 False）之一，此即為整個多重命題最終的真值。

使用狀態機的優勢在於其能夠提供圖形化的視角，幫助我們直覺地理解整個運算過程，故以下就從圖形的角度切入，針對多重命題做進一步解析。⁷²

依據多重命題的複雜度，由簡至繁可分三類（零重、一重、多重），下面以表格的方式（表 10）呈現其相關內容，接著分別針對這三類，找出〈證有證無〉文本中相對應的句子，並以圖形路徑的方式加以解析。

⁷² 以這樣的角度切入，則有限狀態機可視為圖論（graph theory）的範疇，以圖論的術語來說：狀態為節點（vertex），代表狀態轉換的箭頭為有向邊，初始狀態為來源節點（source vertex），結束節點則為沉入節點（sink vertex）。從某個節點開始，到某個節點結束的過程，則稱為路徑（path），其呈現方式為，依序列出初始節點、中間所經過的節點、直至結束節點，並且以連接符號“-”串連起來。

表 10 多重命題複雜度分類表

複雜度	例子	函式表示式	路徑	路徑長度 ⁷³
零重	p 存在。	$E(p)$	p- 真	2
一重	證 p 為有的量存在。	$E(O_E(p))$	p- 量 - 真	3
多重	p 有法，證之為無的量，證之為無的量存在。	$E(O_N(O_N(p)))$	p-Null- 量 - 假	大於 3

首先整體說明看待表 10 分類的三種觀點。第一、從多重命題一般化格式 (18) 來看，「0 重」就是將中間底線標示第 1、2、3…重的部份完全刪除，剩下的句子「x 有法，存在」，即「x 存在」—— $E(x)$ 就是零重，同理，「一重」代表保留序號 i 為 1 的分段「x 有法，證之為有的量，存在」，即「證 x 為有的量存在」—— $E(O_E(x))$ ，其他 2、3…重，可依此類推。第二、從函式的觀點看，在 $E()$ 函式內，沒有內嵌任何 $O_E(x)$ 或 $O_N(x)$ 函式就是「0 重」，內嵌 n 個就算「n 重」。第三、從圖 2 路徑的觀點看，從起始狀態出發，沒有進入中間狀態（即量與 Null 的範圍）直接抵達結束狀態者，就是「0 重」，進入中間狀態轉換 n 次，就是「n 重」。

上面三種觀點完全對等互通，但底下將以第三個觀點為主做分析。

（一）零重（不經過量或 Null）

對應到〈證有證無〉中的內容為核心句中的「有」——其形式化為 $E(x)$ ，在圖 2 中由起始狀態 p 或 h 出發，所走的路徑分別為：「p-True」及「h-False」。

⁷³ 「路徑長度」指的是該路徑所含的節點數目。

（二）一重（經過量或 Null 一次）

對應到〈證有證無〉中的內容為核心句中的「證之為有的量存在」，將其形式化後成為 $E(O_E(x))$ ，在圖 2 中由起始狀態 p 或 h 出發，所走的路徑分別為：「 p -量-True」及「 h -Null-False」，由於經過中間狀態一次，故稱之為「一重」。

由於上述的一重與零重，分別對應到核心句「『證之為有的量存在』與『有』二者是是等遍。」兩個雙引號所標示的內容，因此可以結合上述針對零重與一重的分析，以圖形路徑的方式，來證明核心句的最終形式，即 $E(x) \Leftrightarrow E(O(E(x)))$ ，其等價關係成立。證明如下：

- （1）當 $x = p$ 。左命題的路徑為 p -True；右命題的路徑為 p -量-True。
- （2）當 $x = h$ 。左命題的路徑為 h -False；右命題的路徑為 h -Null-False。

根據上面（1）與（2），分別檢視初始狀態 p 及 h ，都得到左右命題同真同假的結果，故等價關係成立。

（三）多重（經過量或 Null 兩次以上）

針對多重結構，也可利用同樣的分式解析。在〈證有證無〉中以下的段落便涉及命題的多重結構：

「證之為無的量，證之為無的量存在」與「有」二者是是等遍，……兩重、四重、六重等等的證之為無的量，證之為無的量，凡是偶數的話，都遍存在的緣故。⁷⁴

⁷⁴ 此段文字引述自賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版上冊，頁 41。

首先聚焦在上述段落的第一個句子：「證之為無的量，證之為無的量存在」與「有」二者是等遍。可以看到句子出現了兩重的結構：「證之為無的量，證之為無的量」。

首先，將上面的句子形式化：

$$E(O_N(O_N(x))) \Leftrightarrow E(x)$$

接著，同樣以圖形路徑的方式證明上述兩個命題等價。

- (1) 當 $x = p$ 。左命題路徑為 p-Null-量-True；右命題路徑為 p-True。
- (2) 當 $x = h$ 。左命題路徑為 h-Null-量-False。右命題路徑為 h-False。

根據上面（1）與（2），分別檢視初始狀態 p 及 h ，都得到左右命題同真同假的結果，故等價關係成立。

有限狀態機所提供的圖形化視角的優勢，讓它成為一種強大的工具——如同上面所示範——能透過視覺化直觀地掌握等價關係何以成立，讓證明過程清晰易懂，此外，還能讓我們容易地歸納出多重命題的一些法則，例如：上述針對兩重命題的等價關係，可以推廣到所有偶數重命題都會成立，這是因為我們觀察圖 2 中代表「證無」的轉換方向，亦即 $O_N()$ 的箭頭方向，可看出其作用為在圖形的左右兩側交替轉換，故若其作用次數是偶數的話，將會回到原來的那側，因此若兩重成立的話，則推廣至四、六、……等偶數重的命題，也必然成立。在此以圖形直觀地歸納出來的法則，也正是上面段落中，後半部的內涵：

兩重、四重、六重等等的證之為無的量，證之為無的量，凡是偶數的話，都遍存在的緣故。

由上面的論述，可看出有限狀態機視覺化的優勢，提供我們在分析多重結構命題極大的助益。此外，筆者在此提出一個推測：那些能夠快速判斷看似繁複難解的多重命題最終真值的人，應該是在心中建立有限狀態機（或類似的模型）作為心象（mental image），因此能輕易地掌握並操作多重結構的運算，最後正確地判斷其真值。

接著，筆者想知道能否更進一步抽象化，以探索多重命題更基本的數學結構。答案是肯定的，就在於數學的分支——群論（group theory）。

陸、多重命題與交換群

本節旨在探究多重命題與群論的關係，主要成果有三項。首先，透過上述有限狀態機模型，證明多重命題與交換群有相同的數學結構。其次，透過群論抽象化的威力，推導出多重命題的運算規律及簡化法則，並與〈證有證無〉中所歸納的規律相互對照驗證。最後，整合前述成果與排序演算法，發展出一個演算法，能將繁複的多重命題，化簡為單一命題，進而能立即判斷其真值。

一、合成函數 I 與交換群 $\langle G, * \rangle$

首先，採用合成函式（composite function）⁷⁵ 的概念將所使用

⁷⁵ Composite function 可參見 Charles C. Pinter, *A Book of Abstract Algebra* (Mineola: Dover, 2010), 59。一般中文翻譯為「合成函數」，但為了與前面所使用的 $O()$ 函式用詞一致，在此稱「合成函式」。

的符號做進一步精簡。令 $I()$ 為前面的函式 $E()$ 與函式 $O()$ 二者的合成函式，其表示式如下：⁷⁶

$$I = O \circ E$$

其中符號 “ $\circ$ ” 代表合成函式運算子（operator），加入變數 x ，並將其還原為完整的函式表示法，如下：

$$I(x) \equiv (O \circ E)(x) \equiv O(E(x))$$

由上式可以看出， $I()$ 其實就是前面提到的 $O_E()$ 。同理，針對 $O_N()$ ，即 $O(\neg E(x))$ ，可得下面的合成函式：⁷⁷

$$-I = O \circ \neg E$$

其完整的函式表示法，如下：

$$-I(x) \equiv (O \circ \neg E)(x) \equiv O(\neg E(x))$$

既然此處的 I 與 $-I$ ，與前面提到的 $O_E()$ 與 $O_N()$ 有完全對應的關係，可將圖 2 中的 $O_E()$ 與 $O_N()$ 分別以對應的 I 與 $-I$ 取代，得到下面的圖 3。

⁷⁶ 此處筆者將合成函式取名為 I 有兩種意涵：第一、因為函式 $I()$ 符合冪等性（Idempotent），意指 $f(f(x)) = f(x)$ ；第二、作為群的元素時，其身份為該群的單位元素（Identity）。上述兩個性質的英文 Idempotent 與 Identity，都是以字母 I 開頭。至於上述兩種意涵，必須等後面分別探討 I 作為函式與群的元素時，才能加以說明（分別參照註腳 78 與註腳 80）。

⁷⁷ 要說明的是，式子中的符號 “ $-$ ” 只是一個前綴符號，並非如算術的「減號」一樣是一個運算子。

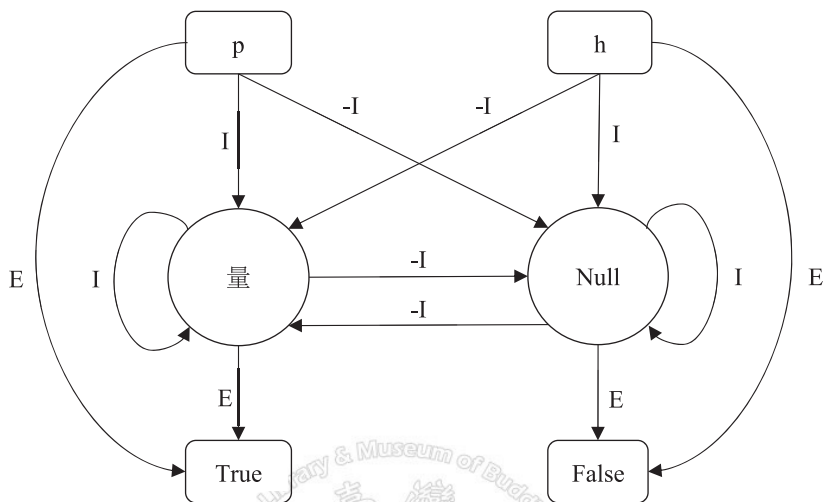


圖 3 描述多重命題運算結構的有限狀態機模型（與圖 2 相同，但以 I、-I、E，分別取代 OE()、ON()、E()）

由圖 3 可歸納出 I 與 -I 的運算規則，如下表 11 所示。

表 11 I 與 -I 的運算規則⁷⁸

合成函式表示法	巢狀函式表示法
$I \circ I = I$	$I(I(x)) = I(x)$
$I \circ -I = -I$	$I(-I(x)) = -I(x)$
$-I \circ I = -I$	$-I(I(x)) = -I(x)$
$-I \circ -I = I$	$-I(-I(x)) = I(x)$

依據表 11 之「合成函式表示法」欄位，將 I 與 -I 視為運算元（operant），並將合成函式運算子“ $\circ$ ”以符號“ $*$ ”取代，可重整為如下表 12。

⁷⁸ 在此回應註腳 76，從表 11 中可以看到，函式 I() 符合冪等性，即 $I(I(x)) = I(x)$ 。

表 12 以 I 與 -I 為運算元，* 為運算子的所有二元運算結果⁷⁹

*	I	-I
I	I	-I
-I	-I	I

觀察表 12，可以發現其構成一個交換群 $\langle G, * \rangle$ ，⁸⁰ 其中 G 為運算元構成的集合 $\{I, -I\}$ ，* 則為運算子。另外，為了方便後續的討論，在此定義群的幕次（power）表示法：

$$A^n = (\underbrace{A * A * \cdots * A}_{\text{共 } n \text{ 個 } A})$$

(20)

至此，已經證明多重命題與交換群有相同的數學結構。接著，將利用群論的形式化及精簡的特點，對多重命題的結構做分析，並顯示兩者有相同的規律。

二、多重結構的分析與簡化法則

（一）「證有」的規律

1. 來自交換群 $\langle G, * \rangle$ 的規律：

$$I = I * I = I * I * I = I * I * I * I = I * I * I * I * I = \dots$$

⁸¹

⁷⁹ 表 12 是所謂的「凱萊表」（Cayley table），其以表格的方式呈現所有運算元可能配對的二元運算結果，是一種描述有限群結構的方法，尤其在運算元的個數不多時，能讓我們一目了然、快速地掌握其全貌。

⁸⁰ 「交換群」又稱「阿貝爾群」（Abelian Group），除了必須滿足群的基本條件外，尚須滿足交換律（commutativity law），參見 Pinter, *A Book of Abstract Algebra*, 28。為行文順暢起見， $\langle G, * \rangle$ 滿足交換群的證明，另在附錄二做詳細說明。此外，在此回應註腳 76，從附錄二的第（3）個條件中，我們可以看到 I 為此群的單位元素。

⁸¹ 由表 12 可知 $I * I = I$ ，代表 $I * I$ 與 I 可以互相取代（replace），故從 $I = I * I$ 出發，不斷的以 $I * I$ 取代 I，將會產生越來越多 I 的連乘，即可得到這個規律。

上述規律可以幕次的方式表達如下：

$$I = I^2 = I^3 = I^4 = I^5 = \cdots = I^n \quad (21)$$

2. 來自〈證有證無〉的規律：

在〈證有證無〉中歸納了如下的多重命題規律：

「證之為有的量存在」與「證之為有的量，證之為有的量存在」二者是是等遍，因為證之為有的量存在的話，無論累積多少「證之為有的量，證之為有的量」都遍存在的緣故。⁸²

其中第一句「『證之為有的量存在』與『證之為有的量，證之為有的量存在』二者是是等遍。」其形式化如下：

$$E(O_E(x)) \Leftrightarrow E(O_E(O_E(x)))$$

接者，運用合成函式表示法，進一步精簡如下：

$$E \circ I(x) \Leftrightarrow E \circ I \circ I(x) \quad (22)$$

為了在〈G, *〉群的框架中討論，故去掉最前面的 E，以及最後面的 (x)，只擷取 I 的部份，得到以 I 呈現的規律如下：

$$I = I * I = I^2 \quad (23)^{83}$$

觀察上面 (23)，其實是 (21) 的特例 (special case)，也就是說，(21) 是更一般化 (general) 的形式，當 n=2 時，就變成是上面的

⁸² 引述自賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版上冊，頁 41-42。

⁸³ 在此需辨明，(22) 討論的是命題，故用等價符號“ $\Leftrightarrow$ ”；而 (23) 討論的是群的元素運算，故使用等號“ $=$ ”。

(23)。至於上面引述自〈證有證無〉句子的後半段「證之為有的量存在的話，無論累積多少『證之為有的量．證之為有的量』都遍存在的緣故。」其描述的即是更一般化的規律，將其形式化，並以合成函式表示之：

$$E \circ I(x) = (E \circ I \circ \cdots \circ I(x))$$

共 n 個 I

再去掉 E 以及 (x)，只留下 I，可得如下的式子：

$$I = I^n \quad (24)$$

由此可看出，〈證有證無〉中所歸納出的規律 (24)，與來自交換群 $\langle G, * \rangle$ 的規律 (21)，二者有相同的形式。

(二)「證無」的規律：

1. 來自交換群 $\langle G, * \rangle$ 的規律：

$$(-I)^2 = (-I)^4 = (-I)^6 = \cdots = (-I)^{2n} = I \quad (25)^{84}$$

2. 來自〈證有證無〉的規律：

在〈證有證無〉中歸納了如下的多重命題規律：

兩重、四重、六重等等的證之為無的量．證之為無的量，
凡是偶數的話，都遍存在的緣故。⁸⁵

⁸⁴ 此規律簡單地說，就是「偶數個 -I 做 * 運算，其結果恆為 I。」這是因為有偶數個 -I，根據群的結合性，可以兩兩湊成一組先行運算： $-I * -I = I$ ，如此將得到一連串的 I，接著再根據 $I * I = I$ ，將這一連串的 I 縮減至一個 I。

⁸⁵ 引述自賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版上冊，頁 41。

將之形式化如下：

$$E \circ (-I)^{2n}(x) = E \circ I(x)$$

去掉 E ，以及 (x) ，只擷取 I 的部份，得到以 I 呈現的規律如下：

$$(-I)^{2n} = I \quad (26)$$

由此可看出，〈證有證無〉中所歸納出的規律 (26) 與來自交換群的規律 (25)，二者有相同的形式。分析至此，可得出下面的洞見，因為〈證有證無〉中的多重命題與交換群 $\langle G, * \rangle$ 兩者本質上有相同的數學結構，也因此兩者有相對應的規律。也就是說，在該群上發現的規律，都可以套用在〈證有證無〉的多重命題的結構上。

(三) 簡化法則

透過上面的分析可以整理出下面三個簡化法則，用來將多重命題簡化成為一重命題：

簡化法則 1：多重「證有」： $I^n = I$

簡化法則 2：偶數重「證無」： $(-I)^2 = (-I)^4 = (-I)^6 = \dots = (-I)^{2n} = I$

簡化法則 3：奇數重「證無」： $(-I)^1 = (-I)^3 = (-I)^5 = \dots = (-I)^{2n+1} = -I$

值得一提的是，上述簡化法則 1 與 2，可以在〈證有證無〉文本中找到對應的句子，而簡化法則 3，⁸⁶ 則不曾出現在〈證有證無〉文本中，而是完全由交換群的性質所推導出來，但如前述，

⁸⁶ 簡化法則 3 的一般形式，推導過程如右： $(-I)^{2n+1} = (-I)^{2n} * (-I) = I * (-I) = -I$ 。

此法則一樣可以有效地套用在〈證有證無〉的多重命題。

上述 3 個簡化法則成立於 n 為正整數時，也就是 $n = 1, 2, 3, \dots$ ，但為了讓後面的演算法更一般化，我們希望能推展至 $n = 0$ ，故必須定義出 $n = 0$ 時的邊界條件。⁸⁷

邊界條件： $I^0 = I, (-I)^0 = I$

運用上面三個簡化法則及邊界條件，配合下面提出來的演算法，即可用來判斷繁複的多重命題的真值。

三、演算法

(一) 輔助定理

1. 輔助定理： $A_n * \dots * A_{i+1} * A_i * A_{i-1} * \dots * A_1 = A_n * \dots * A_i * A_{i+1} * A_{i-1} * \dots * A_1$

2. 定理說明：針對交換群 $\langle G, * \rangle$ ，其元素連續做 $*$ 運算時，相鄰 (adjacent) 的兩項 (term) 交換 (swap) 後，其運算結果不變。

3. 歸納證明 (Proof by Induction)：

⁸⁷ 一般而言，如 (20) 的幕次表示式，其指數 n 代表的是 A 的連乘次數，若以連乘的觀點來理解幕次表示式，可以很明顯地看出指數定律 $A^{m+n} = A^m * A^n$ 成立的道理，因為等號的兩邊都等於 $(m+n)$ 個 A 的連乘。但若要將指數 n 的值推展至 0，則面臨如何解讀 A^0 的問題，依照上面的解讀，其代表有「0 個」 A 相乘？無法以直覺的方式理解其所指為何。為解此問題，可以先假設 A^0 存在，且指數定律依舊成立，將 A^0 代入指數定律，並透過簡單的算術法則，可得 $A^m = A^{m+0} = A^m * A^0$ ，取前面等式的第 3 項與第 1 項重構等式，得 $A^m * A^0 = A^m$ ，代表 A^m 乘以 A^0 後其值不變，故知 A^0 即為乘法運算的單位元素，又因為群 $\langle G, * \rangle$ 的單位元素為 I ，故 $A^0 = I$ ，因此可得邊界條件為： $I^0 = I$ 且 $(-I)^0 = I$ 。

(1) 當 $n = 1$

$$A_1 = A_1$$

(2) 當 $n = 2$

$$A_2 * A_1 = A_1 * A_2 \text{ (根據交換性)}$$

(3) 當 $n > 2$

輔助定理等號左邊

$$= A_n * \dots * \underline{A_{i+1} * A_i} * A_{i-1} * \dots * A_1$$

$$= A_n * (\dots * (A_{i+1} * (A_i * (A_{i-1} * (\dots * A_1))))))$$

小括號標註由內而外的運算順序

$$= A_n * (\dots * \{ \underline{A_{i+1} * [A_i * (A_{i-1} * (\dots * A_1))]} \})$$

大括號標註要變動的範圍

$$= A_n * (\dots * \{ \underline{[A_{i+1} * A_i] * (A_{i-1} * (\dots * A_1))} \})$$

大括號內，應用群的結合性

$$= A_n * (\dots * \{ \underline{[A_i * A_{i+1}] * (A_{i-1} * (\dots * A_1))} \})$$

中括號內，應用群的交換性

$$= A_n * (\dots * \{ \underline{A_i * [A_{i+1} * (A_{i-1} * (\dots * A_1))]} \})$$

大括號內，應用群的結合性

$$= A_n * \dots * \underline{A_i * A_{i+1}} * A_{i-1} * \dots * A_1$$

去除掉所有括號

$$= \text{輔助定理等號右邊}$$

等號左右相等，證明完畢

(二) 泡泡排序演算法 (Bubble Sort Algorithm)

由前面的討論可知，〈證有證無〉的多重命題經過形式化

後，其核心的部份是由一連串的 I 與 $-I$ 「相乘」⁸⁸ 所形成的「串列」(list)⁸⁹，為了要運用前述三個簡化法則，串列必須符合簡化法則的模式，也就是 I 與 $-I$ 必須連續出現，二者不能交雜出現，為此，需要將原始串列分組 (group)，也就是將原始串列重新排列 (rearrange)，讓所有的 I 湊在一起，同時所有的 $-I$ 也湊在一起。若我們將 I 與 $-I$ 視為是可以比較大小 (comparable) 的元素，並設定其「大小」為 $-I < I$ ，則針對 I 與 $-I$ 構成的原始串列運行 (operate) 由小到大排序 (sorted in ascending order) 的結果，將會等同於將原始串列分組 (亦即，先是一連串的 $-I$ ，後面緊接一連串的 I)。

因為串列中的元素只有兩種 (I 與 $-I$)，而且已經設定其大小 ($-I < I$)，故所有基於比較的排序演算法 (comparison-based sorting algorithm)，都可以用來處理上述排序動作，但在此特別採用泡泡演算法來做排序，其原因在於，泡泡演算法的主要原理為，透過不斷地將相鄰的兩個元素調整為「左小右大」的順序，最後即能將全體元素由小到大排列 (可參照下面的泡泡排序演算法)，其要點在於，每次元素位置的調動只牽涉到「相鄰元素的對調」，而根據上面的輔助定理，相鄰兩個元素對調後的新式子與原式相等，而由於多重命題與群 $\langle G, * \rangle$ 兩者數學結構相同，因此也就代表相對應的新命題與原命題等價，故泡

⁸⁸ 為了講解上的方便，在此以「相乘」來稱呼 $\langle G, * \rangle$ 的運算子 $*$ 。實際上，我們可以證明，算術 (arithmetic) 的乘法作用在集合 $\{1, -1\}$ 上所構成的群，與本文提出的群 $\langle G, * \rangle$ ，兩者同構 (isomorphic)。同構的概念可參見 Pinter, *A Book of Abstract Algebra*, 90–97。

⁸⁹ 「串列」為電腦科學中的一種「資料結構」(data structure)，指的是「有限且有序的值所形成的集合」。其中兩個要點為：元素的個數是有限的；而且元素彼此有一前一後的順序。以本文此處的例子，可視為連續的 I 和 / 或 (and/or) $-I$ 被運算子 $*$ 鏈結 (linked) 成串。

泡排序演算法能夠確保在其運行的過程中命題的真值保留 (truth preservation)⁹⁰。

泡泡排序演算法

被排序的串列為： $A_n * \dots * A_{i+1} * A_i * A_{i-1} * \dots * A_1$

For i = 1 to n-1 # 外層迴圈

 For j = 1 to n-i # 內層迴圈

 If ($A_{j+1} > A_j$) Then # 如果左大右小，則

 Swap(A_{j+1}, A_j) # 左右對調

(三) 演算法步驟

綜合上面的成果，在此提出一個演算法，能將繁複的多重結構命題，縮減至等價的一重命題，用以判斷其真值。

輸入：多重命題。

步驟 1：將多重命題形式化，並以合成函式的符號表示。

步驟 2：去掉 E 及 (x)，並以 $\langle G, * \rangle$ 的符號表示。

步驟 3：運行泡泡排序演算法，對 -I 與 I 做分組。

步驟 4：將分組後的結果以幕次形式表示。

步驟 5：應用簡化法則、邊界條件、I 的特性，將式子簡化至只剩一項。⁹¹

⁹⁰ 「真值保留」的概念，可參見彭孟堯，《基礎邏輯》第二版，頁 78-79。

⁹¹ 經過步驟 4 後，串列被分為兩組：-I 組（連續的 -I 相乘）緊接著 I 組（連續的 I 相乘），且都已表為幕次形式。-I 組只會有兩種結果：當幕次為偶數或 0（也就是沒有 -I 項）時，化簡結果為 I；當幕次為奇數時，化簡結果為 -I。I 組則無論幕次為奇數、偶數或 0，化簡後皆為 I。綜上，所有串列化簡後只會有兩種狀況：I*I 或 -I*I，由於 I 是單位元素，故能再進一步化簡，分別得到最終結果 I 與 -I。要特別強調的是，在上面針對化簡結果的說明中，可以看到邊界條件的作用，亦即能讓此演算法更一般化（當串列缺乏 I 或 -I 時也能適用），當串列分組後沒有出現 I 或 -I 時，即令其幕次為 0，也就是 I^0 或 $(-I)^0$ ，而根據我們所定義的邊界條件，其值為 I。

步驟 6：加上 (x)，並套用 E()，還原回命題形式，並判其真值。

輸出：上述步驟 6 所得之真值，即為輸入之多重命題的真值。

(四) 舉例說明

例子：「瓶子有法，證之為無，證之為有，證之為有，證之為無，證之為無的量存在。」

輸入：上面的例子。

步驟 1： $E \circ -I \circ -I \circ I \circ I \circ -I$ (瓶子)

步驟 2： $-I^* -I^* I^* I^* -I$

步驟 3： $-I^* -I^* -I^* I^* I$

步驟 4： $(-I)^3 \cdot I^2$

步驟 5： $-I^* I = -I$

步驟 6： $E(-I(\text{瓶子})) = E(\text{Null}) = \text{False}$ 。

輸出：上面例子的真值為 False。

四、對邊界條件的進一步探討

上面註腳 88 提到 $\langle G, * \rangle$ 與「算術乘法作用在集合 $\{1, -1\}$ 所構成的群」二者同構，後者其實正是我們非常熟悉的「一連串的 1 與 -1 相乘」，這讓我們很容易聯想到一個更簡化的技巧：去計數 (count) 這一串數字中 -1 的數目為何，若是奇數的話，相乘結果為 -1；偶數的話，則為 1，至於其中 1 的個數為何，完全不必加以考慮。由於同構的兩個群在數學上有相同的結構與行為，所以這個簡化技巧同樣適用 $\langle G, * \rangle$ 群，這啟發我們提出一個更簡便的判斷多重命題真值的方法，那就是直接忽略命題中的

「證之為有」（對應 I），只去計算「證之為無」（對應 -I）出現的次數即可，奇數的話就為 -I，偶數的話則為 I，然後就直接接續到上面演算法的步驟 6，還原為命題形式，緊接著步驟 7 判斷真值。⁹² 這個更簡化的方法要點在於計數「證之為無」出現的次數，但若原來句子中沒有出現任何「證之為無」呢？其實還是能適用，因為可將「沒有出現」視為「出現 0 次」，此時即顯示出前面定義邊界條件的作用。⁹³

當我們將邊界條件推到最極致，也就是「證之為有」與「證之為無」兩者出現次數都為 0 時，發現了一個有趣且深刻的現象：當初為了數學上的理由（讓演算法更一般化）所定義的邊界條件，竟然對應到〈證有證無〉中的重要意涵，茲說明如下。

當「證之為無」與「證之為有」兩者出現次數都為 0 時，可表示為 $I^0*(-I)^0$ ，將邊界條件代入計算， $I^0*(-I)^0 = I*I = I$ ，去掉中間項 $I*I$ ，可得下面等式。

$$I^0*(-I)^0 = I$$

等式左邊以多重命題的一般化格式 (18) 來看，代表沒有任何「證之為有」或「證之為無」，句子退化（degrade）為「x 有法，存在」，亦即「x 存在」，依據本文使用的符號將之形式化，即為 $E(x)$ 。等式右邊為 I，將其還原回完整的函式表示式，即為 $E(O(E(x)))$ 。

⁹² 這個更簡便的方法，可以套用到上面「（四）舉例說明」的例子去驗證，例子中共出現 3（奇數）次「證之為無」，故為 -I，此與步驟 5 得到的最終結果 -I 相同。雖然在例子中「證之為有」出現 2 次，但在過程中完全不須加以考慮。

⁹³ 「證之為無出現 0 次」等同於 $(-I)^0$ ，此時邊界條件： $(-I)^0 = I$ 就能夠派上用場，即以 I 取代 $(-I)^0$ ，然後就能順利地接續到演算法的步驟 6。

令上面等式左右兩邊各自推得的兩個命題等價，可得如下的等價關係。

$$E(x) \Leftrightarrow E(O(E(x)))$$

綜上，我們得到兩個有對等意涵的式子： $(I^0)*(-I)^0 = I$ 與 $E(x) \Leftrightarrow E(O(E(x)))$ ，前者來自於邊界條件的定義，後者則為〈證有證無〉核心句的最終形式 (16)。分析至此，我們發現當初為了數學上的理由所定義的邊界條件 $I^0 = I$ 與 $(-I)^0 = I$ ，竟然蘊含了〈證有證無〉最重要的核心句的內涵。

柒、結語

本文將述詞邏輯、電腦科學及群論等現代學科發展出來的概念與方法，應用於攝類學〈證有證無〉中兩個主要議題的探究，由本文獲致的成果顯示，這是一個有效且創新的研究取徑，其主要優勢有以下幾點：（一）幫助我們取得新的詮釋角度與方法論，探尋古代典籍內容在哲學與邏輯上的意涵，產生新的洞見。（二）在分析探究的過程中能夠保持邏輯與數學的正確性，這對研討因明學等強調邏輯思辨的佛學內涵尤為重要。（三）提供一個現代形式，精確的表述古籍的內涵，以方便現代學修者交流、學習、研究時所使用。（四）現代學科發展出的新方法，能夠有創意地被用在古籍內涵的探究，例如本文所示範的：利用數學技巧，在方法論的意義上避免了傳統認識論中無限後推的難題；群論抽象化的威力，結合現代的演算法，能用來簡化多重命題的結構；善用有限狀態機視覺化的優勢，以更直觀的方法理解多重結構繁複的運算過程，並能容易地歸納出運算規律。

本文用來探究認識論與多重命題兩大議題的模式與方法，

未來能做如下的擴展：前者將古籍的偈頌述詞命題化，並搭配自然演繹法做論證與分析的方法，可進一步探究更多的佛學因明的內涵；後者對於多重命題的處理方式，可推而廣之，用來解析攝類學中同屬「多重法相堆疊的邏輯推演」這個類型的單元，例如〈是屬非屬〉、〈是反非反〉、〈小相違相屬〉、〈總別〉、〈大名相性相〉等。

希望本文能作為一個示範，展示此新穎的研究取徑，能善用現代學科發展出的概念與方法探究古代典籍內涵，取得前人所未見的觀點與洞見，特別是其方法論上嚴謹與明確的特質，非常適於用來探究《攝類學》中強調邏輯思辨的佛學內涵，因此，值得跨領域學者投入，共同開拓與耕耘這個新的研究領域。



附錄一、有限狀態機的說明

以下說明圖 2 所示的有限狀態機的五個要素。⁹⁴

- (1) 可能狀態 (a finite set of states) : {p, h, 量, Null, True, False}
- (2) 初始狀態 (start states) : {p, h}
- (3) 結束狀態 (final states) : {True, False}
- (4) 輸入 (a set of input values) : {O_E, O_N, E}
- (5) 轉換函數 (transition function) , 以轉換矩陣的形式呈現 (如下表 13) :

表 13 狀態轉換矩陣

	O _E	O _N	E
p	量	Null	True
h	Null	量	False
量	量	Null	True
Null	Null	量	False

表格最左欄 (left-most column) 代表現在狀態 (current-state) , 最頂列 (top row) 代表輸入值 (input value) , 兩者的交叉處則為下一個狀態 (next-state) 。

⁹⁴ 有限狀態機的五個要素 , 可參見 Gossett, *Discrete Mathematics with Proof*, 531 。

附錄二、說明 $\langle G, * \rangle$ 符合交換群的條件

在此，依據表 12，證明 $\langle G, * \rangle$ 滿足交換群的五個條件。為便於參照，將前述表 12 再次抄錄於下。

表 12 以 I 與 $-I$ 為運算元， $*$ 為運算子的所有二元運算結果

$*$	I	$-I$
I	I	$-I$
$-I$	$-I$	I

(1) 封閉性 (closed)：若 a, b 屬於 G ，則 $a*b$ 仍會屬於 G 。這點由表 12 可以很容易的看出。

(2) 結合性 (associativity)： a, b, c 屬於 G ，則 $a*(b*c) = (a*b)*c$ 的。因為 G 只包含兩個元素，可以將結合性的等式中的 a, b, c 個別代入兩個元素，共會有 $2^3 = 8$ 種排列 (permutation)，利用窮舉法 (exhaustive method) 將上述兩種運算順序的所有運算結果列出 (如下表 14)，可看出二者的結果皆相等，故可證明結合性成立。

表 14 三個運算元的所有排列，及其運算結果

編號	$a*(b*c)$	$(a*b)*c$
1	$I*(I*I) = I*I = I$	$(I*I)*I = I*I = I$
2	$I*(I*-I) = I*-I = -I$	$(I*I)*-I = I*-I = -I$
3	$I*(-I*I) = I*-I = -I$	$(I*-I)*I = -I*I = -I$
4	$I*(-I*-I) = I*I = I$	$(I*-I)*-I = -I*-I = I$
5	$-I*(I*I) = -I*I = -I$	$(-I*I)*I = -I*I = -I$
6	$-I*(I*-I) = -I*-I = I$	$(-I*I)*-I = -I*-I = I$
7	$-I*(-I*I) = -I*-I = I$	$(-I*-I)*I = I*I = I$
8	$-I*(-I*-I) = -I*I = -I$	$(-I*-I)*-I = I*-I = -I$

(3) 存在單位元素 (existence of identity)：對 G 所有元素 a ，

必定存在一個元素 e ，使得： $a * e = e * a = a$ ，則該元素 e 稱為單位元素。由表 12 可看出， I 即是單位元素。

(4) 存在反元素 (existence of inverse)：對 G 的所有元素 a ，必定存在一元素 b ，使得 $a * b = b * a = e$ 。從表 12 可以看到： I 與 I 互為反元素 ($I * I = I$)；且 $-I$ 與 $-I$ 互為反元素 ($-I * -I = I$)，故所有元素皆擁有其對應的反元素。

(5) 交換性 (commutativity law)： a, b, c 屬於 G ，則 $a * b = b * a$ 。此點可由表 12 為對角線對稱 (diagonal symmetry) 得出，故其符合交換性。



引用書目

一、原典與古籍

妙音笑·語王精進大師造論，釋如法主譯，《妙音笑心類學》，臺北：福智文化，2020年。

法稱著，僧成釋，法尊譯，《釋量論略解》，《大藏經補編》冊9，第43號。

法稱著，北塔翻譯組校編，《梵藏漢對照釋量論頌》，中國人民大學國際佛學研究中心，2012年9月，檢索日期：2025年7月13日。https://archive.org/details/ronaldwang_gmail.

佛護論師造論，蔣揚仁欽譯註，《中觀根本論釋·佛護論》，臺北：商周出版，2019年。

賽倉·語王吉祥大師造論，釋如法主譯，《賽倉攝類學》第二版上、下冊，臺北：福智文化，2019年。

二、專書與論文

（一）中文資料

安妮·克萊因（Anne C. Klein），劉宇光譯，《知識與解脫：促成宗教轉化之體驗的藏傳佛教知識論》，臺北：法鼓文化，2012年。

何建興，〈陳那邏輯理論探析〉，《佛學研究中心學報》第7期，2002年7月，頁27-47。

呂澂，《西藏佛學原論》，新北市：大千出版社，2003年。

李潤生，《正理滴論解義》，香港：密乘佛學會，1999年。

侯浩生，〈藏傳佛教辯經傳統的現代表述〉，《臺大佛學研究》第47期，2024年6月，頁117-167。

洪嘉琳，〈《阿含經》中「無常即苦」之命題〉，《國 政治大學哲學學報》第 26 期，2011 年 7 月，頁 97-145。

彭孟堯，《基礎邏輯》第二版，臺北：學富文化，2012 年。

——，《知識論》第二版，臺北：三民書局，2020 年。

——，《形上學要義》第二版，臺北：三民書局，2021 年。

劉吉宴，〈論陳那的因三相與條件句〉，《東吳哲學學報》第 42 期，2020 年 8 月，頁 67-86。

（二）西文資料

Ganeri, Jonardon. “Indian Logic.” In *Handbook of the History of Logic, Vol. 1: Greek, Indian and Arabic Logic*, edited by Dov M. Gabbay and John Woods, 309–395. Amsterdam: Elsevier, 2004.

Gossett, Eric. *Discrete Mathematics with Proof*. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2003.

Kellner, Birgit. “Integrating Negative Knowledge into *Pramāṇa* Theory: The Development of the *Dṛśyānupalabdhi* in Dharmakīrti’s Earlier Works.” *Journal of Indian Philosophy* 31 (2003): 121–159.

Perdue, Daniel E. *Debate in Tibetan Buddhism*. Boulder: Snow Lion, 1992.

———. *The Course in Buddhist Reasoning and Debate: An Asian Approach to Analytical Thinking Drawn from Indian and Tibetan Sources*. Boston: Snow Lion, 2014.

Rogers, Katherine Manchester. *Tibetan Logic*. Boulder: Snow Lion, 2009.

Pinter, Charles C. *A Book of Abstract Algebra*. Mineola: Dover, 2010.

Russell, Stuart J., and Peter Norvig. *Artificial Intelligence: A Modern Approach*. 4th ed. Harlow: Pearson, 2021.



Using Modern Disciplinary Methods to Explore the Epistemology and Multiple Propositions in *Collected Topics*

Hao-Sheng Hou *

Abstract

As a foundational text for the Five Great Treatises of the Gelugpa School of Tibetan Buddhism, *Collected Topics* is regarded as the key to unlocking the treasury of Dharma and the correct cause for obtaining omniscience. It is the essential text for those who wish to explore the profound connotations of the Five Great Treatises. This paper aims to explore two subjects of *Collected Topics*: epistemology and multiple propositions, by means of concepts and methods from modern disciplines such as predicate logic, computer science, and group theory.

Through the logicalization, formalization, and abstraction of the content of the two aforementioned subjects, we achieve the following results: For the connotation of epistemology, we gain new understandings through reinterpretation in logical language and derive new insights from logical argumentation. By employing novel mathematical techniques, we can methodologically avoid the problem of infinite regression. By utilizing the visualization advantages of finite state machines, we obtain an intuitive understanding of how multiple

* Associate Professor, Department of Information Management, National Taitung Junior College.

propositions operate and derive their associated rules. By proving that multiple propositions share the same mathematical structure as a commutative group, we can use the known mathematical properties of the commutative group to simplify multiple propositions, and interpret the implications of epistemological propositions from an abstract mathematical perspective. Finally, by integrating the aforementioned results with sorting algorithms, we propose an algorithm for determining the truth value of multiple propositions.

The above results indicate that this approach is both effective and innovative. Its rigor and clarity in methodology make it particularly suitable for exploring the connotation of Buddhism that emphasizes logical thinking in *Collected Topics*. Therefore, it is worthwhile for interdisciplinary scholars to engage in and cultivate this new research field.

Keywords: *Collected Topics*, *pramāṇa*, predicate logic, finite-state machine, group theory

